

Modelagem Numérica de Vigas de Concreto de Alto Desempenho com Fibras de Aço

Marcos Antônio de Souza Simplício¹
José Inácio de Souza Leão Ávila²

Resumo

As aplicações práticas envolvendo concreto de alto desempenho e concreto com fibras são cada vez mais numerosas. Apesar disso, atualmente não se dispõe de norma nacional que trate do assunto e ainda existem várias lacunas a serem preenchidas no que diz respeito ao estudo das propriedades desses materiais. Uma alternativa é a análise numérica, como forma de melhor entender o comportamento, seja ao nível de estrutura ou de material. Neste trabalho é feita uma modelagem numérica através do método dos elementos finitos (MEF) de vigas de concreto armado com fibras de aço. Foi empregado o programa computacional ANSYS, o qual apresenta em sua biblioteca vários elementos, dentre eles o solid65, capaz de simular fissuras e esmagamento do concreto. As barras de aço da armadura foram modeladas com os elementos link8. As fibras foram também discretizadas com elementos link8, utilizando o conceito de área de contribuição. A aderência entre as barras de aço e o concreto foi considerada, bem como a aderência das fibras ao concreto. Os resultados desta análise numérica são comparados com dados experimentais e demonstram uma boa correlação desde que seja utilizado um modelo de aderência adequado para as barras de aço.

1 Introdução

O comportamento não-linear do concreto é causado principalmente pela fissuração, esmagamento e pelo escoamento da armadura. Os efeitos não lineares também surgem da interação entre os materiais constituintes do concreto, como por exemplo, aderência entre as barras de aço e o concreto, engrenamento dos agregados entre fissuras e efeito de pino da armadura. Outros fatores como retração, fluência e variação de temperatura também podem ser mencionados (KWAK *et al.*, 1990, p. 12). Além disso, a própria relação entre tensão e deformação do concreto é não-linear e diferente na compressão e tração (FANNING, 2001).

Devido a este comportamento, um modelo deve considerar os dois componentes (aço e concreto) do concreto armado de forma separada para melhor representar a estrutura real.

Em uma modelagem através do MEF de uma estrutura ou peça estrutural de concreto armado podem ser utilizadas uma das três alternativas seguintes para representação da armadura (JAAFAR, 2000, p. 35):

- 1 – distribuída;
- 2 – embutida;
- 3 – discreta.

Na primeira alternativa, o aço é assumido como uniformemente distribuído através do elemento de concreto. A análise do comportamento considera ligação perfeita entre os dois materiais – aço e concreto, já que uma relação constitutiva do compósito concreto-armadura é empregada.

A simulação que adota o conceito de armação embutida utiliza elementos isoparamétricos de ordem superior. Neste caso, a armação é considerada como um membro axial dentro do elemento, supondo-se que os deslocamentos do aço e do concreto são iguais.

A consideração da armadura discreta é feita assumindo-se que o aço é um elemento à parte. Neste caso, a aderência pode ser considerada perfeita quando o elemento da armadura se conecta diretamente ao nó do elemento de concreto. Pode-se também representar a aderência através do contato entre os dois elementos ou ainda através de uma relação não-linear entre carga e deslocamento, com molas não-lineares conectando

1 Professor Adjunto da Universidade Federal de Sergipe.

2 Professor Adjunto da UFPE.

o elemento da armadura ao do concreto. A análise mais simplificada, na qual se considera a aderência perfeita com compatibilidades de deformações entre aço e concreto, será realística apenas em regiões onde o efeito da transferência de tensões entre os dois materiais possa ser desconsiderado. Nas regiões próximas a fissuras, por exemplo, onde não há compatibilidade de deformações entre o concreto e o aço esta simplificação afastará o modelo numérico do modelo físico real (KWAK, 1990, p. 45). Segundo THOMAS (2006), o modelo de aderência a ser empregado influencia a curva carga deflexão de modelos em elementos finitos. Em seu trabalho, ele faz uma comparação entre modelos semelhantes com curvas tensão de aderência com rigidezes diferentes e mostra que os resultados variam muito de acordo com o modelo de escorregamento da armadura utilizado.

2 Modelagem teórica

2.1 Concreto

Para modelagem do concreto utilizou-se o elemento solid65 da biblioteca do ANSYS que tem a possibilidade de fissurar, esmagar, apresentar deformação plástica ou fluência. Este elemento apresenta três graus de liberdade por nó, sendo translações nas três direções nodais. Ele é constituído de oito pontos de integração nos quais podem ser verificados o esmagamento e a fissuração. Além disso, tem comportamento linear elástico até que a tensão de tração ou de compressão seja ultrapassada. A Figura 1 mostra o elemento com seus nós e as barras da armadura que podem ser definidas em três direções quaisquer.

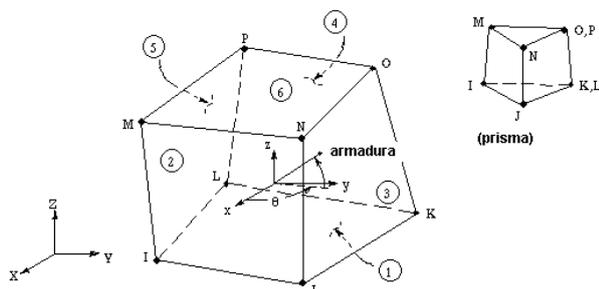


Figura 1 – Elemento da biblioteca do Ansys solid65.

As características de resistência do concreto sob estados multiaxiais de tensão e deformação, incluídas no elemento, são obtidas através da superfície de ruptura de WILLAM e WARNKE (1974) com cinco parâmetros. Este critério de ruptura apresenta uma boa coerência com dados experimentais para o

concreto (BANGASH, 1989, p. 54), e pode ser calibrado com parâmetros obtidos através de dados experimentais. A forma da superfície de ruptura pode ser vista na Figura 2.

As principais características desta superfície de ruptura são (BANGASH, 1989, p. 54):

- sua construção requer cinco parâmetros do material (Tabela 1), envolvendo todos os invariantes de tensão / deformação específica;
- tem seção desviadora não-circular, formada por trechos de elipse a cada 120° e seus meridianos são descritos por parábolas do 2º grau;
- é suave, possuindo um único gradiente em cada ponto (derivada contínua);
- tem convexidade garantida tanto nos planos desviadores, quanto ao longo dos meridianos, desde que algumas condições básicas sejam satisfeitas;
- é válida para toda gama de combinações de tensões/deformações específicas, inclusive de tração, e garante boa aproximação com resultados experimentais;
- abrange diversos critérios mais simples como casos particulares – Von Mises, Drucker-Prager, Willam-Warnke com três parâmetros.

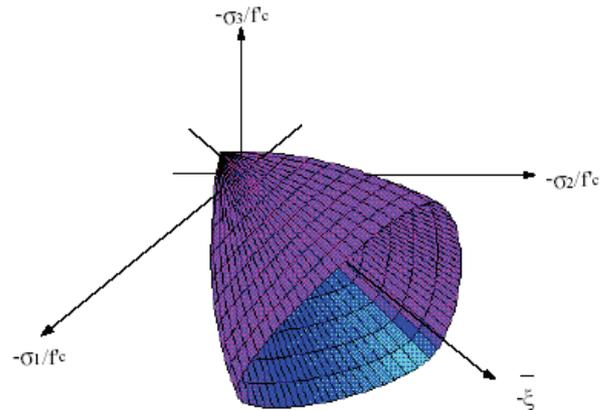


Figura 2 – Superfície de ruptura de Willam-Warnke com cinco parâmetros

No espaço das tensões esta superfície de ruptura pode ser expressa por :

$$f(s_m, t_m, \theta) = 0 \quad (\text{Eq. 1})$$

onde

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (\text{Eq. 2})$$

$$\tau_m = \frac{1}{\sqrt{15}} \left(\sigma_1^2 - \sigma_2^2 \right)^2 + \left(\sigma_2^2 - \sigma_3^2 \right)^2 + \left(\sigma_1^2 - \sigma_3^2 \right)^2 \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\cos \theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2} \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + (\sigma_2^2 - \sigma_3^2)^2 + (\sigma_1^2 - \sigma_3^2)^2}}^{1/2}$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \quad (\text{Eq. 4})$$

Definindo as seguintes quantidades adimensionais:

$$\bar{\xi} = \sqrt{3} \sigma_m / f'_c \quad (\text{Eq. 5})$$

$$\bar{\rho}^2 = 5(\tau_m / f'_c) \quad (\text{Eq. 6})$$

Pode-se expressar a superfície de ruptura em termos de x e θ :

$$\bar{\rho}(\bar{\xi}, \theta) = \frac{2\bar{\rho}_c(\bar{\rho}_c^2 - \bar{\rho}_t^2)\cos\theta + \bar{\rho}_c(2\bar{\rho}_t - \bar{\rho}_c)\sqrt{4(\bar{\rho}_c^2 - \bar{\rho}_t^2)\cos^2\theta + 5\bar{\rho}_t^2 - 4\bar{\rho}_t\bar{\rho}_c}}{4(\bar{\rho}_c^2 - \bar{\rho}_t^2)\cos^2\theta + (\bar{\rho}_c - \bar{\rho}_t)^2} \quad (\text{Eq. 7})$$

onde

$$\rho_t(\bar{\xi}) = a_o + a_1\bar{\xi} + a_2\bar{\xi}^2 \quad (\text{Eq. 8})$$

$$\rho_c(\bar{\xi}) = b_o + b_1\bar{\xi} + b_2\bar{\xi}^2 \quad (\text{Eq. 9})$$

ρ_c e ρ_t representam os raios máximo e mínimo respectivamente.

Sendo:

$$a_o = 2/3\alpha_{bc}a_1 - 4/9\alpha_{bc}^2a_2 + \sqrt{2/15}\alpha_{bc} \quad (\text{Eq. 9})$$

$$a_1 = 1/3(2\alpha_{bc} - \alpha_t)a_2 + \sqrt{6/5} \frac{\alpha_t - \alpha_{bc}}{2\alpha_{bc} + \alpha_t} \quad (\text{Eq. 10})$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{6/5} \bar{\xi}(\alpha_t - \alpha_{bc}) - \sqrt{6/5}\alpha_t\alpha_{bc} + \bar{\rho}_t(2\alpha_{bc} + \alpha_t)}{(2\alpha_{bc} + \alpha_t)(\bar{\xi}^2 - 2/3\alpha_{bc}\bar{\xi} + 1/3\alpha_t\bar{\xi} - 2/9\alpha_t\alpha_{bc})} \quad (\text{Eq. 11})$$

$$b_o = -\bar{\xi}_o b_1 - \bar{\xi}_o^2 b_2 \quad (\text{Eq. 12})$$

$$b_1 = (\bar{\xi} + 1/3)b_2 + \frac{\sqrt{6/5} - 3\bar{\rho}_2}{3\bar{\xi} - 1} \quad (\text{Eq. 13})$$

$$b_2 = \frac{\bar{\rho}_2(\bar{\xi}_o + 1/3) - \sqrt{\frac{2}{15}}(\bar{\xi}_o - \bar{\xi}_o)}{(\bar{\xi} + \bar{\xi}_o)(\bar{\xi} - 1/3)(\bar{\xi}_o + 1/3)} \quad (\text{Eq. 14})$$

e

$$\bar{\xi}_o = \frac{-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_o a_2}}{2a_2} \quad (\text{Eq. 15})$$

Tabela 1 – Parâmetros necessários ao modelo de Willam-Warnke no espaço tridimensional.

f'_c	Resistência à compressão uniaxial do concreto
$a_t = f'_t / f'_c$	Razão entre as resistências à tração e à compressão uniaxiais
$a_{bc} = f'_{bc} / f'_c$	Razão entre as resistências à compressão biaxial e à tração uniaxial do concreto
$(-\bar{\xi}_1, \bar{\rho}_1)$	Um ponto qualquer sobre o meridiano de tração – normalizado com respeito a f'_c – para altos valores de tensão hidrostática.
$(-\bar{\xi}_2, \bar{\rho}_2)$	Um ponto qualquer sobre o meridiano de compressão – normalizado com respeito a f'_c – para altos valores de tensão hidrostática

Em relação ao MEF, basicamente duas aproximações são usadas para descrever a fissuração: o modelo de fissuras discretas e o modelo de fissuras distribuídas.

No modelo de fissuras discretas, cada fissura é representada individualmente, como uma descontinuidade real na malha de elementos finitos. No modelo de fissuras distribuídas, o concreto, inicialmente isotrópico, torna-se ortotrópico depois de fissurado, tendo os eixos materiais principais orientados no sentido das direções de fissuração. As propriedades materiais variam dependendo do estado de tensões e de deformações.

O elemento solid65 emprega o modelo de fissuras distribuídas, e o critério utilizado para avaliar a fissuração do material, consiste em verificar se o nível de tensões dos pontos de integração dos elementos alcançou a superfície de ruptura. Caso o ponto de integração tenha fissurado, considera-se a formação de uma fissura em um plano ortogonal à tensão que o despertou. Neste estágio, o elemento torna-se não-linear e devido a isto é necessária uma solução iterativa. A transferência de cisalhamento através de uma fissura pode ser considerada nula ou completa. A armadura, quando utilizada, é considerada distribuída (smeared) através do volume do elemento. Neste caso é necessário definir os ângulos que esta faz com os eixos locais x , y e z do elemento.

Os parâmetros dos materiais das barras devem ser também definidos.

2.2 Modelagem da armadura

Opcionalmente à consideração da armadura distribuída, as barras de aço podem ser discretizadas como barras ou vigas, conectadas ao concreto. Um dos elementos disponíveis na biblioteca do Ansys para isso é o LINK8 que apresenta três graus de liberdade por nó (três translações). Características como plasticidade, fluência e grandes deformações também podem ser incluídas nas simulações.

2.3 Consideração da aderência entre aço e concreto

Uma das formas possíveis de simular a aderência entre o concreto e a armadura no Ansys é através de um elemento de mola não-linear denominado combin39. A curva força-deslocamento é definida pelo usuário e, além disto, pode-se considerar deslocamentos longitudinais ou torcionais em uma, duas ou três direções. No caso da consideração dos deslocamentos longitudinais em uma direção apenas, os dois nós do elemento devem ter as mesmas coordenadas.

2.4 Modelagem da fibra de aço

Atualmente, existem poucos trabalhos a respeito da modelagem de concreto reforçado com fibras. Em uma dessas pesquisas, SWADDIWUDHIPONG (2006) desenvolveu uma superfície de ruptura, com cinco parâmetros.

Neste presente estudo, além da modificação da superfície de ruptura, através da utilização de parâmetros adequados ao concreto com fibras, elas também foram incluídas na análise através da consideração de elementos link8, levando-se em conta o seu arrancamento da matriz de concreto, de acordo com procedimento utilizado por THOMAS (2006), de tal forma que o efeito da fibra “costurando” uma fissura é simulado. Para determinação da área a ser considerada para os elementos representando as fibras, considerou-se o conceito de “área de contribuição”, desenvolvido por PADMARAJIAH e RAMASWAMY (2002), o qual consiste em considerar um só elemento representando as fibras contidas em determinada área, através da expressão :

$$A_f = \alpha \cdot V_f \cdot A_{ct} \quad (\text{Eq. 16})$$

onde A_f é a área da fibra discretizada como barra, α é o fator de orientação das fibras e A_{ct} é a área de contribuição dos elementos de concreto. O valor de α foi tomado igual a 0,64, de acordo com PADMARAJIAH E RAMASWAMY (2002). Esse valor representa a média

entre os valores utilizados para orientação das fibras em duas e três direções. A Figura 3 mostra um exemplo de área de contribuição.

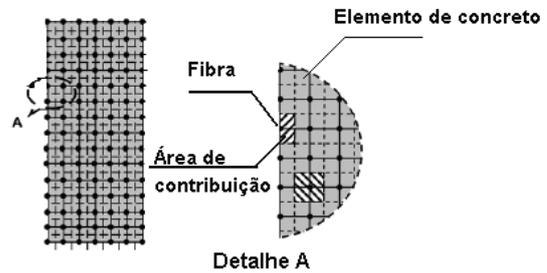


Figura 3 – Definição da área de contribuição para fibras.

3 Modelos experimentais

Foram empregadas nesta análise duas vigas simplesmente apoiadas, cujas curvas carga x deflexão no meio do vão e demais informações relevantes são apresentadas em OLIVEIRA (2005). Nesse trabalho experimental, o concreto atingiu resistência à compressão em torno de 75 MPa, como mostrado na Tabela 2.

Foram utilizadas fibras de aço do tipo HAREX KSF 60, com fator de forma 0,75, tensão de tração máxima em torno de 1100 MPa e, percentual de volume igual a 0,38%.

Os dados referentes à geometria das vigas são mostrados na Figura 4.

Tabela 2 – Resistência à compressão do concreto das vigas (OLIVEIRA, 2005).

Viga	f_c (MPa)	f_t (MPa)
V1	78,1	7,0
V2	73,8	6,27

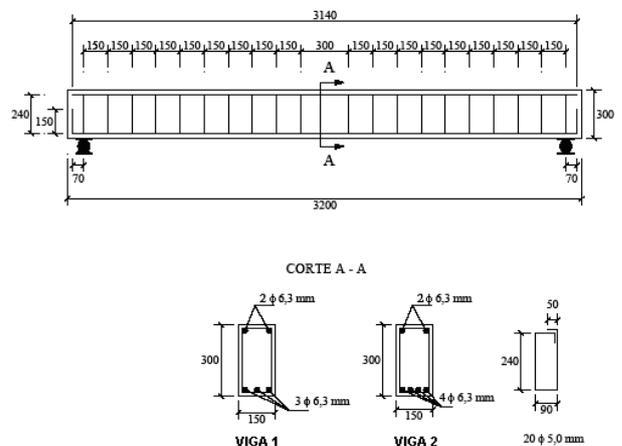


Figura 4 – Detalhes geométricos das vigas (OLIVEIRA, 2005, p. 61).

4 Parâmetros utilizados na modelagem numérica

A modelagem numérica empregou elementos solid65 para o concreto e link8 para simular a armadura. Desta forma, além da resistência à tração e compressão, foi necessário informar a curva tensão x deformação do concreto, da armadura longitudinal e transversal. Como o modelo contempla o escorregamento da armadura, também foi informada a relação carga x deslocamento da armadura longitudinal.

4.1 Curva tensão x deformação específica na compressão do concreto

Para a curva tensão x deformação específica empregou-se o modelo para concreto com fibras proposto por LIMA Jr. (2002), desenvolvido a partir da formulação sugerida por Popovics (1973) para concreto de resistência normal com fibras. Para o trecho ascendente da curva é apresentada a seguinte equação:

$$\frac{\sigma}{f_c} = \frac{\beta \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cf}} \right)}{(\beta-1) + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cf}} \right)^\beta} \quad (\text{Eq. 17})$$

onde

- f_{cf} e ϵ_{cf} são a resistência do concreto com fibra e a correspondente deformação específica;
- σ e ϵ_c são a tensão e a deformação correspondente em um ponto qualquer do diagrama
- β é um parâmetro que determina a curvatura e inclinação da curva.

Para determinar os valores de ϵ_{cf} e β são empregadas as equações:

$$\epsilon_{cf} = -0,0017 - 0,0010 \cdot \left(\frac{f_{cf}}{f_{cmo}} \right) - 0,00032 \cdot R \quad (\text{Eq. 18})$$

$$\beta = 1,6186 + 0,06294 \cdot f_c - 0,0002175 \cdot f_c^2 \quad (\text{Eq. 19})$$

Na qual f_{cmo} assume o valor igual a 70 MPa, f_c é a resistência à compressão do concreto sem fibra e R é o índice de reforço, dado por :

$$R = V_f \cdot l / d \quad (\text{Eq. 20})$$

onde V_f , l e d são, respectivamente, o percentual volumétrico, o comprimento e o diâmetro da fibra.

Para a parte pós-pico da curva, Lima Jr. propõe a seguinte formulação:

$$\frac{\sigma}{f_c} = \exp \left(k_1 \cdot (\epsilon_c - \epsilon_{cf})^{k_2} \right) \quad (\text{Eq. 21})$$

Os coeficientes k_1 e k_2 são dados por:

$$k_1 = -0,207 - 8,786 \cdot 10^{-4} \cdot f_c + 0,141 \cdot \ln(0,902 + 3,783 \cdot R) \quad (\text{Eq. 22})$$

$$k_2 = -0,148 - 3,827 \cdot k_1 + 0,935 \cdot R + 4,690 \cdot R \quad (\text{Eq. 23})$$

4.2 Aço da armadura

As curvas tensão x deformação específica utilizadas para os aços das armaduras longitudinais e transversais foram obtidas experimentalmente por OLIVEIRA (2005). Elas estão reproduzidas na Figura 5.

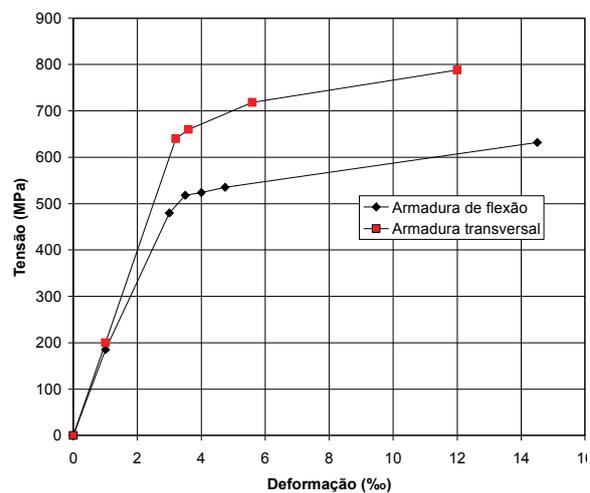


Figura 5 – Curva tensão x deformação específica dos aços empregados por OLIVEIRA (2005).

Na análise com o ANSYS, considerou-se o modelo multilinear isotrópico com endurecimento (MISO), o qual usa o critério de ruptura de von Mises.

4.3 Curva carga x deslizamento para a armadura

Para a consideração do deslizamento relativo entre armadura e o concreto empregou-se o modelo apresentado por SIMPLÍCIO (2008), para a curva carga x deslocamento dos elementos combin39, o qual se baseia na proposta de Eligehausen para concretos de resistência normal. Para o trecho ascendente da curva, é utilizada a seguinte expressão:

$$\tau = \tau_{\max} (\delta / \delta_2)^{0,35} \quad 0 < \delta < \delta_1 \quad (\text{Eq. 24})$$

$$\tau_{max} = (400 \cdot v_f + 28) \cdot (f_c \cdot f_r)^{0,35}, \text{ em MPa} \quad (\text{Eq. 25})$$

Nos demais intervalos, a curva é obtida a partir das seguintes equações:

$$\tau = (\tau_{max} - \tau_1) \cdot \left(\frac{\delta - \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \right) + \tau_1 \quad \delta_1 < \delta < \delta_2 \quad (\text{Eq. 26})$$

$$\tau = \tau_{max} \quad \delta_2 < \delta < \delta_3 \quad (\text{Eq. 27})$$

$$\tau = (\tau_{max} - \tau_f) \cdot \left(\frac{\delta_4 - \delta}{\delta_4 - \delta_3} \right) + \tau_f \quad \delta_3 < \delta < \delta_4 \quad (\text{Eq. 28})$$

$$\frac{\tau_f}{\tau_{max}} = 0,0013 \cdot f_c (1 + h_r) + 0,23 \cdot h_r + 0,05 \quad (\text{Eq. 29})$$

$$\delta_1 = 0,35d_2 \quad (\text{Eq. 30})$$

$$\delta_2 = \frac{a}{f_c} \cdot (s_r \cdot h_r)^{0,28} \text{ em mm} \quad (\text{Eq. 31})$$

$$\delta_3 = b \cdot f_c + c \quad (\text{Eq. 32})$$

$$\delta_4 = 8 \text{ mm} \quad (\text{Eq. 33})$$

onde

- τ – tensão relativa ao deslizamento δ ;
- τ_1 – tensão relativa ao deslizamento δ_1 , obtida com a Equação 24;
- τ_{max} – tensão máxima de aderência;
- $a = 30 - 0,174 \cdot f_c$
- $b = 0,0164 \cdot h_r - 0,0079$
- $c = 0,85$
- v_f – percentual volumétrico de fibra;
- f_c – resistência à compressão em MPa;
- f_r – área relativa das nervuras = $0,5 \cdot h_r / s_r$
- f_c – resistência à compressão do concreto em MPa;
- h_r e s_r – altura e espaçamento das nervuras, respectivamente, em mm.

A Figura 6 mostra uma representação do modelo proposto por Simplício.

A Figura 7 mostra os gráficos obtidos com o referido modelo, para os concretos de resistência igual a 74 MPa e 78 MPa, com barra de 6,3 mm de diâmetro e 0,38% de fibra.

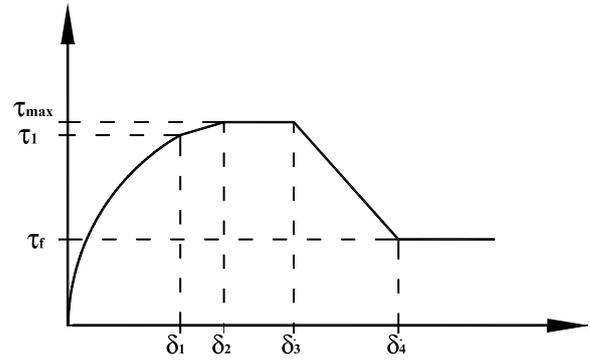


Figura 6 – Modelo para a curva tensão de aderência x deslizamento (SIMPLÍCIO, 2008).

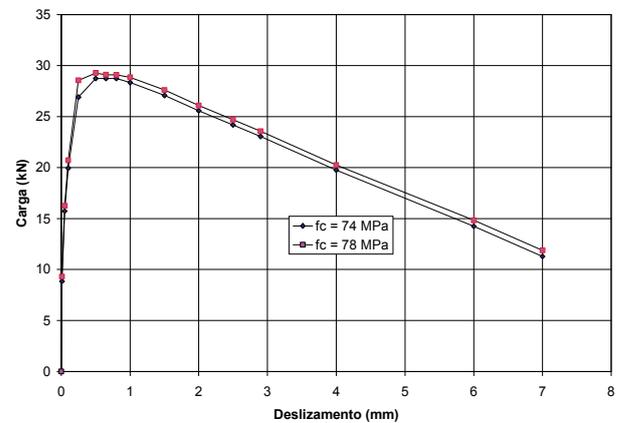


Figura 7 – Curva tensão de aderência x deslizamento- $\phi = 6,3 \text{ mm}$, $V_f = 0,38\%$ e $f_c = 74 \text{ MPa}$.

4.4 Curva tensão x deformação específica da fibra de aço

Empregou-se a curva mostrada na Figura 8, obtida em PADMARAJIAH (2001). Similarmente ao aço da armadura, considerou-se o modelo multilinear isotrópico com endurecimento (MISO).

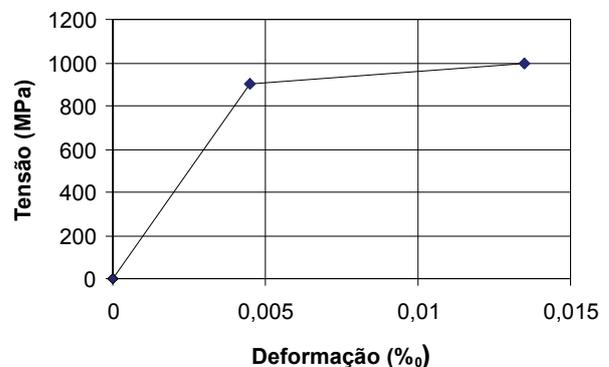


Figura 8 – Curva Tensão-deformação específica da fibra de aço.

4.5 Área da fibra de aço e curva de arrancamento

Para determinação da área das barras representando as fibras, empregou-se a equação 16, com α tomado igual a 0,64. A Tabela 3 apresenta as áreas obtidas a partir desta expressão e utilizando uma malha de elementos finitos sólidos de 300 mm de aresta.

Tabela 3 – Valores das áreas de fibras utilizadas na análise.

Elemento	V_f (%)	A_{ct} (mm ²)	A_f (mm ²)
Tipo 1	0,38	450	1,1
Tipo 2	0,38	900	2,2
Tipo 3	0,38	1800	4,4

Os pontos aos quais os elementos representando as fibras estão localizados são escolhidos aleatoriamente. Logicamente quanto mais pontos, ou elementos, forem utilizados para isso melhor. No entanto, há que se considerar o tempo e facilidade de discretização, bem como o tempo de processamento.

Para a obtenção das curvas de arrancamento de cada um dos tipos de elemento representando as fibras, utilizou-se o modelo proposto por NAMMUR e NAMMAN (1989), conforme descrito por THOMAS (2006) e PADMARAJAIAH (2002) e mostrado na Figura 9.

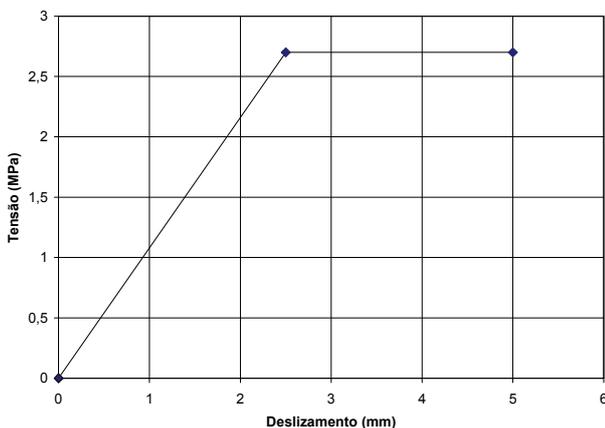


Figura 9 – Curva de arrancamento da fibra proposta por NAMMUR e NAMMAN (1989).

A determinação da curva carga x deslizamento de cada um dos tipos de elementos foi realizada tomando-se como comprimento aderido a metade do comprimento da fibra (30 mm). Com isso, são obtidas as curvas carga x deslizamento a serem empregadas nos elementos combin39, simulando a

aderência entre as fibras e o concreto, mostradas na Figura 10.

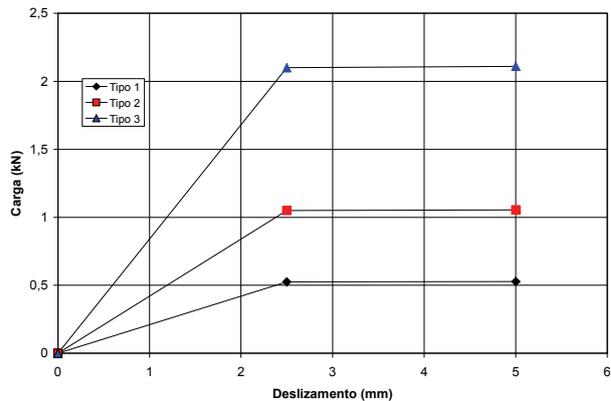


Figura 10 – Curvas carga x deslizamento das fibras de aço.

4.6 Malha de elementos finitos utilizada

A aplicação do MEF requer um estudo da convergência dos resultados para a determinação mais realística do comportamento estrutural, principalmente se for levado em consideração que o modelo em estudo é formado por diferentes materiais com diferentes propriedades mecânicas. Desta forma, após um teste de convergência com refinamento crescente da malha, optou-se pela configuração mostrada na Figura 11.

Devido à simetria em relação à seção transversal do meio do vão e em relação ao plano vertical que passa pelo eixo longitudinal da viga, apenas um quarto da viga foi modelada.

Como forma de facilitar a convergência, foram aplicados deslocamentos na direção vertical no meio do vão, na face superior da viga.

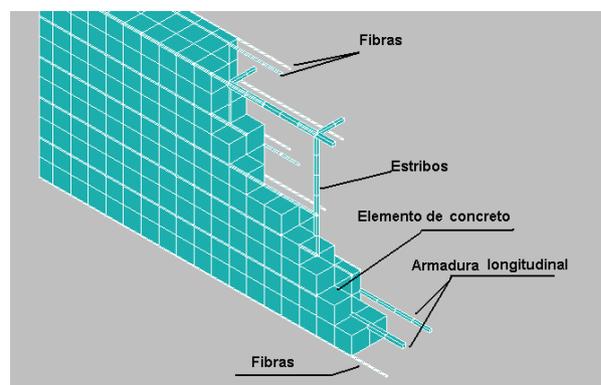


Figura 11 – Malha utilizada e elementos de barra das fibras e armadura da viga V2.

Nas vigas V1 e V2 foram utilizados 9740 graus de liberdade. A análise demorou em torno de 40 mi-

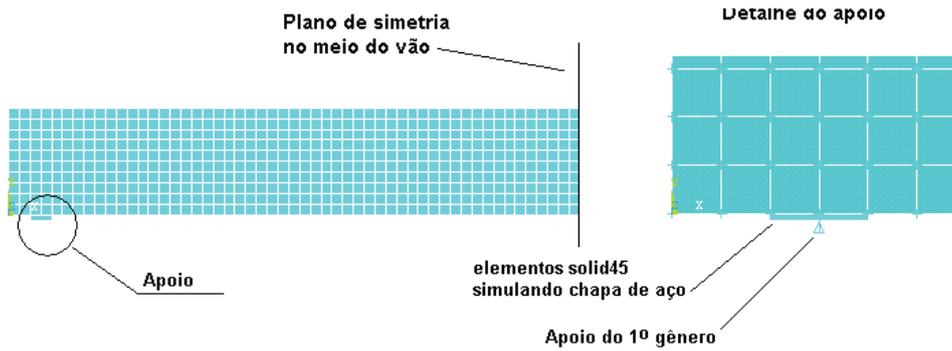


Figura 12 – Discretização do apoio.

nutos, em um computador Pentium IV de 1.6 GHz e com 512 MB de memória RAM. A Tabela 4 mostra os tipos de elementos e quantidades utilizadas.

Tabela 4 – Tipos de elementos utilizados.

Elemento	Quantidade
Solid65	1590
Link8	1233
Combin39	1079
Solid45	6

Com relação aos apoios, foram restringidos os graus de liberdade perpendiculares em cada plano de simetria. Desta forma foi modelada apenas um quarto da viga. Nos modelos experimentais os apoios do primeiro gênero foram simulados por meio de chapas metálicas sobre um cilindro também metálico. No modelo numérico, esses apoios foram constituídos de elementos solid45 para discretizar a chapa metálica e uma linha de apoios do primeiro gênero, como mostra a Figura 12.

5 Resultados

A Figura 13 mostra as curvas carga x deslocamento vertical obtida experimentalmente, considerando aderência perfeita, e levando em consideração o deslizamento da armadura de acordo com o modelo proposto por SIMPLÍCIO (2008). Os deslocamentos verticais mostrados na Figura 13 são os resultados do nó 2333, localizado na interseção dos dois planos de simetria (meio do vão). Pode ser visto que o resultado empregando o modelo proposto para o deslizamento da armadura representa bem os resultados experimentais, de forma qualitativa e quantitativa. Em SIMPLÍCIO (2008) também é mostrado que a utilização de um modelo impróprio para a aderência leva a resultados insatisfatórios, tanto no

que se refere ao aspecto da curva experimental, como à carga última. A carga máxima obtida em ensaio foi 27,4 kN, e através da modelagem em elementos finitos, considerando o modelo proposto, foi 29,2 kN, resultando em uma relação teórico/experimental igual a 1,06. Com relação ao modelo com aderência perfeita, é possível ver que há uma dispersão considerável em relação à curva experimental. A relação entre a carga teórica e experimental foi igual a 1,30.

A carga experimental relativa à primeira fissura foi obtida através do primeiro ponto de mudança de direção do gráfico. Para V2 esse valor foi igual a 15,5 kN. Na curva teórica nota-se uma grande descontinuidade para uma carga em torno de 15 kN.

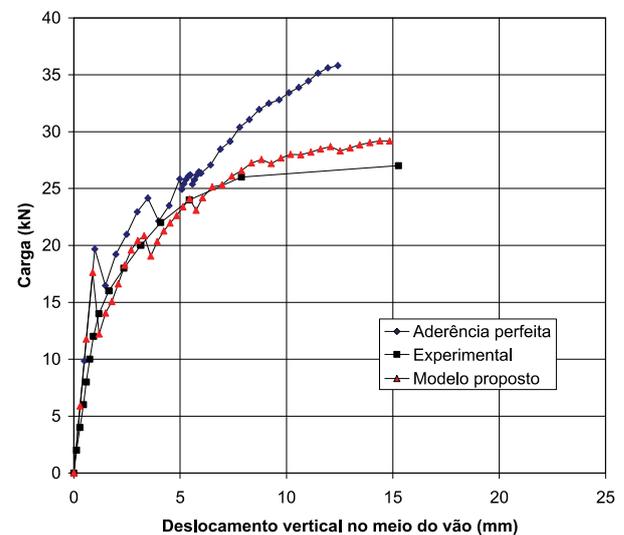


Figura 13 – Curvas carga x deslocamento experimental, com aderência perfeita e com deslizamento de V1.

A Figura 14 (a) mostra o quadro de fissuras obtido através do modelo em elementos finitos e a Figura 14 (b) após o ensaio. As fissuras observadas na modelagem numérica (linhas tracejadas em vermelho), analogamente ao observado experimentalmente, são verticais e concentradas basicamente no meio do vão. Há

a ocorrência de uma fissura principal, com maior comprimento, a qual intercepta uma fissura no sentido longitudinal, na parte superior da viga.

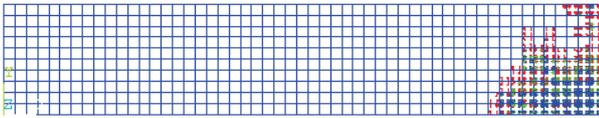


Figura 14 (a) – Fissuras no modelo em elementos finitos da viga V1.



Figura 14 (b) – Viga V1 após o ensaio (OLIVEIRA, 2005).

Segundo OLIVEIRA (2005), as vigas romperam por escoamento e posterior fratura da armadura de flexão, o que explica a grande abertura das fissuras no meio do vão.

Resultados semelhantes foram obtidos para a viga V2. A Figura 15 mostra as curvas carga x deslocamento vertical obtidas em ensaio e com a análise numérica considerando o deslizamento da armadura e a aderência perfeita.

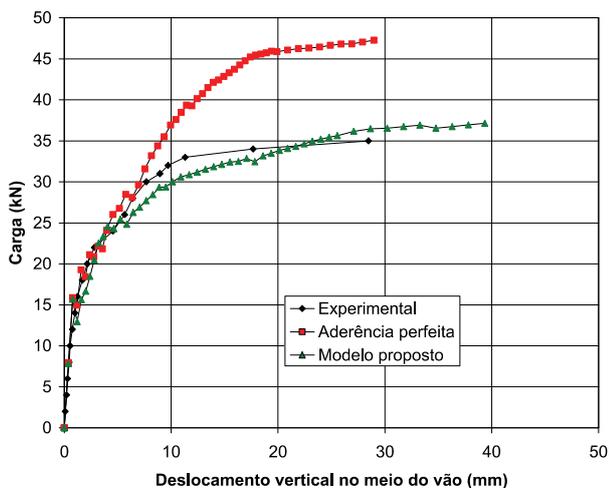


Figura 15 – Curvas carga x deslocamento experimental, com aderência perfeita e com deslizamento de V2.

A carga última obtida em ensaio foi 35,3 kN. O valor da carga última observada com a consideração do deslizamento de acordo com o modelo proposto por Simplício (2008) foi de 37,14 kN, o que leva a uma relação valor teórico/experimental igual a 1,05.

Por outro lado, o mesmo não acontece com o modelo no qual a aderência é considerada perfeita, que superestima a capacidade resistente da viga ao fornecer valores de carga última iguais a 47,26 kN, em torno de 34% maiores que os obtidos em ensaio.

A Figura 16 (a) mostra o quadro de fissuras obtidas através do modelo em elementos finitos e a Figura 16 (b) após o ensaio da viga V2. Analogamente ao caso anterior, o modelo em elementos finitos com a consideração da aderência consegue representar bem o comportamento da viga ensaiada. Pode ser visto no modelo experimental que há um número maior de fissuras ao longo do eixo longitudinal da viga e estas apresentam uma abertura menor em comparação às fissuras da viga V1. Esta maior distribuição das fissuras é observada também no modelo em elementos finitos.

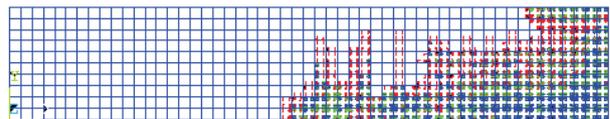


Figura 16 (a) – Fissuras no modelo em elementos finitos da viga V2.



Figura 16 (b) – Viga V2 após o ensaio (OLIVEIRA, 2005).

6 Conclusão

Como foi exposto no item 5, a modelagem utilizada mostrou-se eficiente na representatividade do comportamento das vigas ensaiadas. Fica também evidenciado que a consideração da aderência perfeita conduzirá a resultados distintos daqueles experimen-

tais. De forma geral, podem ser destacados os seguintes pontos:

- o procedimento empregado para modelagem de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço mostrou-se prático e com resultados próximos aos obtidos experimentais, principalmente no que diz respeito aos valores de carga última;
- a consideração da aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto conduz a resultados distantes dos valores de carga e deslocamento obtidos experimentalmente;
- o modelo utilizado para a aderência entre barras de aço e concreto reforçado com fibras mostrou-se adequado.

É interessante que outras modelagens sejam realizados para atestar tanto a eficiência do modelo de aderência como do procedimento de modelagem.

6 Referências Bibliográficas

- ACI Committee 544, **State-of-the-art Report on Fiber Reinforced Concrete**, Detroit, USA, 2004.
- ACI Committee 318, **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary**, ACI 318-02, Detroit, USA, 2002.
- ANSYS 5.5 Theory Reference Manual. KOHNKE, P. editor. 8th ed., 1998.
- BALAGURU, P., GAMBAROVA, P. G., ROSATI, G. P., SCHUM, C. E. Bond of Reinforcing bars and Prestressing Tendons in HPFRCC Matrices. In: NAAMAN, A. E.; REINHARDT. **High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 2**. London, E & FN Spon, 1996, capítulo 9.
- BANGASH, M. Y. H. **Concrete and Concrete Structures: Numerical Modelling and Applications**, Elsevier, London, 1989.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB) **Bond Action and Bond Behavior of Reinforcement**, Bulletin d' Information n 151, Paris, 1982.
- ____ **Reinforcement, Bond and Anchorage**, Bulletin d' Information n 118, Paris, 1979.
- ____ **CEB-FIP Model code 1990**. Bulletin d'information – Thomas Telford, London, 1993.
- EUROCODE 2. **Design of Concrete Structures – Part 1-2**. European Prestandard, CEN (Comité Européen de Normalisation), Brussels, 2005.
- FANNING, P. Nonlinear Models of Reinforced and Post-tensioned Concrete Beams. **Electronic Journal of Structural Engineering**, Dublin, Ireland, 2001.
- JAAFAR, Rachid K. **Bond in Reinforced Concrete**. Dissertação de mestrado, University of Cambridge, Department of Engineering, Cambridge, 2000.
- KWAK H. G. and FILLIPOU F. C. **Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads** Report n° UCB/SEMM-90/14, University Of California, College of Engineering, Earthquake Engineering Research Center, Berkley California, USA, 1990.
- MARKOVIC, I. **High-Performance Hybrid-Fibre Concrete - Development and Utilisation**. PhD Thesis, Technische Universiteit Delft, Delft, Netherlands, 2006.
- NAMMUR, Jr.; NAMMAN, A. E. “Bond Stress Model for Fibre Reinforced Concrete Based on Bond Stress-slip Relationship”, **ACI Materials Journal**, n. 86, p. 45-56, 1989.
- OLIVEIRA, S. L. **Taxa de Armadura Longitudinal Mínima em Vigas de Concreto de Alta Resistência com Fibras de Aço**, Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2005.
- PADMARAJAIAH, S. K. RAMASWAMY, A. “A Finite Element Assessment of Flexural Strength of Prestressed Concrete Beams with Fiber Reinforcement”, **Cement & Concrete Composites**, Elsevier, p. 229-241, 2002.
- POPOVICS, S. A numerical Approach to the Complete Stress-strain Curve of Concrete. **Cement and Concrete Research**. v. 3 n. 5, 1973.
- SIMPLÍCIO, M. A. de S. **Estudo sobre aderência entre barras de aço e concreto de alto desempenho reforçado com fibras de aço**, Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.
- SWADDIWUDHIPONG, S. Modelling of Steel Fiber-reinforced Concrete Under Multi-axial Loads, **Cement and Concrete Research**, Elsevier, p. 1354-1361, 2006.
- THOMAS, J., RAMASWAMY, A. Finite Element Analysis of Shear Critical Prestressed SFRC Beams, **Computers and Concrete**, Elsevier, p. 65-77, 2006.
- WILLIAM, K. J.; WRNKE, E. D. Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete Proceedings of The International Association for Bridge and Structural Engineering, p. 174, Bergamo, Itália, 1975.