

Estudo de Nós de Ligações de Pórticos em Hastes de Paredes Delgadas Submetidos à Torção

Eduardo Rizzatti¹
Gihad Mohamad²
Marcos Bastos³

Resumo

Este trabalho consiste na análise de nós de hastes de paredes delgadas quando submetidas a bimomentos e à influência de enrijecedores.

Dois tipos de enrijecedores são estudados em um pórtico plano, por meio de um programa de elementos finitos para cascas, o qual considera isoladamente as solicitações de estado plano de tensões e flexão de placas.

Os resultados são esboçados em gráficos que possibilitam obter conclusões sobre a análise realizada.

Palavras-chave: bimomento, hastes paredes delgadas.

I Introdução

O avanço tecnológico para que se obtenham estruturas mais econômicas sem com isso prejudicar a sua segurança, induziu que a teria de hastes de paredes delgadas fosse profundamente investigada, tornando-se viável sua aplicação para engenheiros projetistas.

A particularidade fundamental dessas hastes está na sua seção transversal. Uma das dimensões da seção transversal (espessura) é muito menor do que a altura (comprimento do contorno) e essa por sua vez muito menor do que o comprimento do eixo da barra.

O desenvolvimento geral da teoria de hastes de paredes delgadas pertence a V. S. Vlasov [1], com as primeiras publicações em 1937. Em seu livro Vlasov desenvolveu a teoria do efeito do empenamento elástico em vigas de paredes delgadas, baseando seu método de análise nas propriedades setoriais de uma seção de cascas e vigas.

Sua teoria expõe a diferença de comportamento entre vigas de paredes espessas e paredes delgadas sob o mesmo carregamento e a razão porque as infor-

mações adequadas à análise das primeiras não são suficientes para a análise das segundas. Permite ainda calcular as tensões e torções para as vigas de parede delgadas o que não era possível pela teoria clássica.

Vlasov [1] define hastes de paredes delgadas como aquelas em que:

$$\frac{t}{d} \leq \frac{1}{10} \quad \text{e} \quad \frac{d}{L} \leq \frac{1}{10}$$

onde

t – espessura da parede;

d – dimensão característica da seção (altura ou largura);

L – comprimento da peça.

As hastes de paredes delgadas não mais apresentam seções planas após a deformação de flexão e, submetidas a torção, podem apresentar tensões longitudinais. Seu estudo é tão amplo que na hipótese de Bernoulli e a clássica dedução que dela resulta na flexão, bem como a teoria das membranas cilíndricas, resultam como simples casos particulares.

Até o conhecimento dessa teoria no ocidente, que ocorreu com a tradução para o inglês em 1964,

-
- 1 Dr. – Prof. Depto. de Estruturas e Construção Civil – PPGECC – CT – UFSM. Faixa de Camobi, Km 9 – Campus Universitário – CEP 97.105-900. Santa Maria – RS. Email: edu_rizzatti@ct.ufsm.br.
 - 2 Dr. – Professor Adjunto da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). Avenida Tiarajú, 810 – Bairro Ibirapuitã – CEP 97546550. Alegrete – RS. Email: gihadmohamad@unipampa.edu.br.
 - 3 Aluno de Graduação em Engenharia Civil – UFSM. Faixa de Camobi, Km 9 – Campus Universitário – CEP 97.105-900. Santa Maria – RS. Email marcosbts@hotmail.com.

a teoria de Saint-Venant era considerada suficiente para a torção, sendo aplicada tanto para a torção uniforme como para a não uniforme.

Paralelamente à difusão dessa teoria alguns trabalhos foram realizados no Brasil, podendo-se citar Santos [2], que desenvolveu o teorema dos três bimomentos e Langendock [3].

As barras constituídas de hastes de paredes delgadas mantêm as propriedades fundamentais da barra comum, sendo válidas as fórmulas obtidas para os casos de tração e flexão. Entretanto, em consequência das características geométricas, as de paredes delgadas têm propriedades que diferem consideravelmente na torção das barras da seção maciça; em alguns casos não se pode aplicar o princípio de Saint-Venant.

Na Figura I.1 mostram-se duas barras, uma de hastes de paredes delgadas (Figura I.1.a) e outra maciça (Figura I.1.b), tracionadas por uma força P . Indica-se por hachuras a zona de influência onde as tensões se distribuem de forma não uniforme na seção transversal. Comparando-se estas figuras observa-se que a região de influência na haste de paredes delgadas é incomparavelmente maior.

O problema localiza-se na rigidez da união da alma com as mesas. Em hastes de paredes delgadas esta rigidez é muito pequena; nas seções maciças é muito grande. Portanto, a desuniformidade da distribuição de tensões em hastes de paredes delgadas abrange a uma região incomparavelmente maior do que em hastes de seção maciça. Quanto menor for a espessura da alma, maior será o efeito indicado.

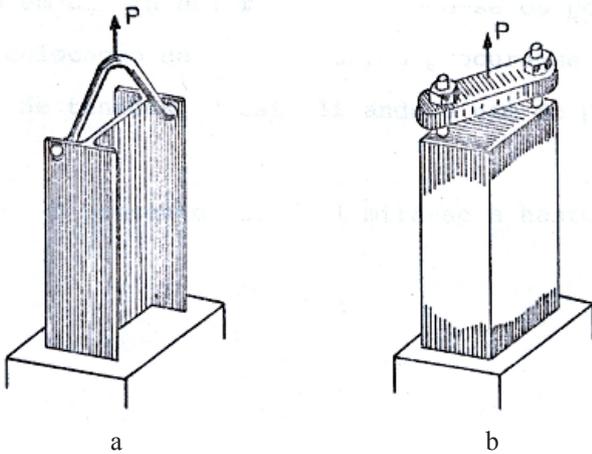


Figura I.1 – Distribuição não uniforme das tensões em barras.

Ao analisar quadros estruturais com nós rígidos representa-se cada elemento pela sua linha média e referem-se todas as ações estruturais ao seu eixo longitudinal. Em se tratando de hastes de paredes delgadas nem sempre a linha média e a espessura são

capazes de representar com precisão o perfil, existindo regiões que não ficam bem definidas; por exemplo o encontro da mesa com a alma em perfis tipo duplo tê.

Tal procedimento ignora qualquer efeito de distribuição local de tensões junto ao nó, sendo que somente o equilíbrio global e as condições de compatibilidade em cada nó são satisfeitas.

A realização deste trabalho deve-se ao fato de não se conhecer a distribuição de tensões em nós. Os nós analisados são de perfis metálicos do tipo duplo tê, para os quais calculam-se as tensões em seu interior, localizando-se os pontos críticos, por meio da colocação de enrijecedores procura-se diminuir as concentrações de tensões, possibilitando o uso de perfis menores.

O presente estudo limita-se a hastes de seção aberta.

II Teoria do Bimomento

II.1 Generalidades

Para o estudo das particularidades das hastes de paredes delgadas torna-se necessário definir determinadas grandezas da geometria das massas, até então desconhecidas, obtidas a partir da seção transversal.

Admite-se que essa pode ser representada pela linha média s e pela espessura t .

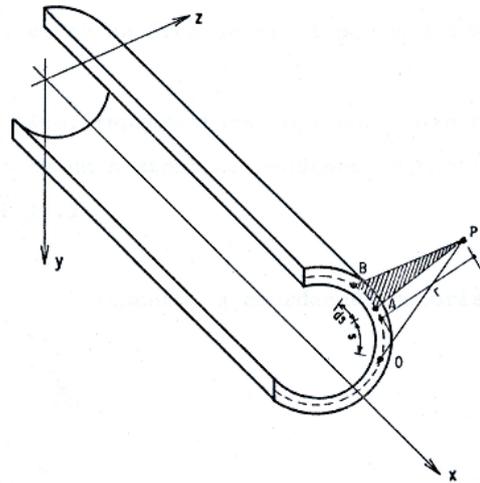


Figura II.1 – Determinação da área setorial de uma seção genérica.

II.2 Características Setoriais

II.2.1 Área Setorial ou Coordenada Setorial

Designa-se por área setorial ω ao dobro da área descrita pelo raio “PA” ao deslocar o ponto “A”

pelo contorno da linha média desde a origem “0” até certo valor “s” do arco.

$$\omega = \int_0^S r \cdot ds \quad (II.1)$$

onde

r = distância do ponto a tangente à linha média no ponto “A”;
ds = segmento elementar da linha média.

Para determinadas seções transversais a linha média da seção transversal por meio de um sistema de pequenos segmentos retos, como mostra a Figura II.2.

Para um incremento, a coordenada setorial, fica

$$\Delta\omega_n = \Delta S_n \cdot h_n$$

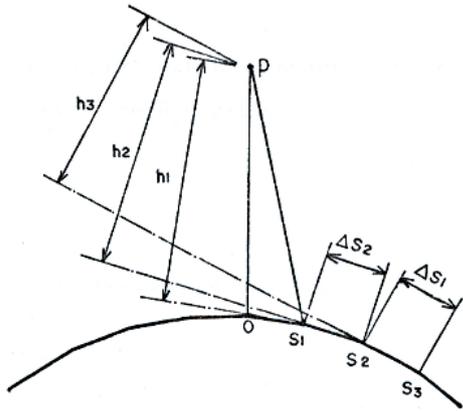


Figura II.2 – Determinação da área setorial por segmentos retos.

No ponto S_n a coordenada setorial é expressa pela soma desses incrementos. Escreve-se a fórmula geral como:

$$\omega_n = \sum_{i=1}^n \Delta\omega_i \quad \Delta\omega_i = \sum_{i=1}^n \Delta S_i \cdot h_i \quad (II.2)$$

sendo

ΔS_i = distância entre os pontos S_j e S_{j+1} ;
 h_i = distância do pólo à reta que passa pelos pontos “j” e “j+1”.

Convenção de Sinal

Se o raio “PA” girar no sentido horário, ω será positivo, caso contrário, ω será negativo.

Dimensão de ω

Tem a dimensão de uma área.

$$[\omega] = L^2$$

II.2.2 Momento Setorial Estático

$$S_\omega = \int_A \omega \cdot dA \quad (II.3)$$

É análogo aos momentos de primeira ordem.

II.3.2 Estado de Tensões

Adicionalmente ao sistema usual x, y, z é estabelecido um outro sistema ortogonal de coordenadas curvilíneas x, s, n indicado na Figura (II.3). A coordenada s positiva é medida ao longo da linha média, no sentido anti-horário para um observador situado no lado positivo do eixo x e a coordenada n no sentido para fora, normal a s.

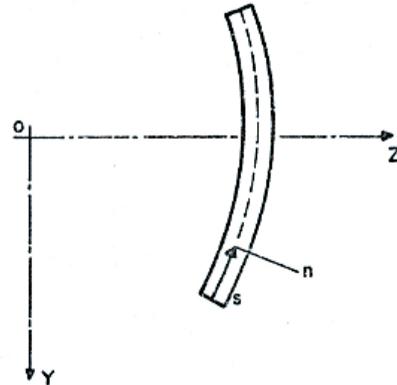


Figura II.3 – Sistema de coordenadas na seção transversal.

Assume-se que as dimensões da seção são constantes, ao longo do eixo longitudinal, tal que se n independem de x.

A espessura t é considerada por definição, muito pequena quando comparada com as demais dimensões, podendo-se assumir que sobre ela a tensão normal σ_x , distribui-se de maneira essencialmente uniforme (Figura II.4) e que as componentes de tensões normais à parede são nulas:

$$\sigma_n = \tau_{xn} = \tau_{sn} = 0$$

e por conseguinte

$$\epsilon_n = \gamma_{xn} = \gamma_{sn} = 0 \quad (II.4)$$

Portanto, a única tensão cisalhante que deve ser calculada é τ_{xn} , e o seu surgimento é devido a dois efeitos de deformação distintos.

A torção uniforme que origina tensões cisalhantes que são lineares ao longo da espessura, sendo designadas por τ_x .

A torção não uniforme que em virtude da variação de σ_x ponto a ponto ao longo do eixo longitudinal, requer o surgimento de tensões tangenciais para equilibrá-la. Sendo σ_x constante ao longo da espessura, estas tensões cisalhantes também o serão e são designadas por τ_ω .

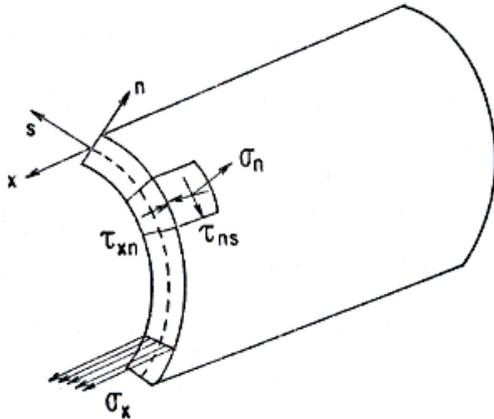


Figura II.4 – Tensões inexistentes e tensão uniforme σ_x .

Portanto, a tensão cisalhante é expressa como

$$\tau = \tau_{xs} = \tau_V + \tau_\omega \quad (II.5)$$

sendo

τ_V - Tensão de Saint-Venant

τ_ω - Tensão de empenamento

O momento de torção que atua em qualquer seção pode ser decomposto na soma de duas parcelas: o momento τ_V devido as tensões de Saint-Venant e um momento τ_ω momento torção de empenamento por ser resultante das tensões oriundas da restrição ao empenamento.

$$T_t = T_V + T_\omega$$

II.3.3 Hipóteses Básicas

A teoria de hastes de paredes delgadas foi desenvolvida baseando-se em duas hipóteses simplificadoras:

- após a deformação da haste a seção transversal projeta-se de maneira indeformada no seu próprio plano. O perfil pode ter uma translação e uma rotação em relação a posição inicial, porém, a posição relativa de seus pontos permanecerá inalterada no plano yz;
- as distorções na superfície média da haste são consideradas nulas. Devido a grande flexibilidade das seções de hastes de paredes delgadas o efeito da deformação cisalhante (distorção) na deformação final é extremamente pequeno, podendo-se ignorá-lo.

II.3.4 Estado de Deformação de Seção

Considerando-se que o perfil seja constituído de material homogêneo, isotrópico e que seja possível aplicar a lei de Hooke, com as equações da elasticidade, em acordo com as hipóteses formuladas, tem-se:

$$\gamma_{xs} \cong 0 = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial n}{\partial x} \quad (II.6)$$

$$\epsilon_s = 0 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_s - \nu \cdot \sigma_x) \quad (II.7)$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_s) \quad (II.8)$$

onde

n = componente de deslocamento na direção s .

Logo escreve-se:

$$\sigma_x = \bar{E} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (II.9)$$

sendo

$$\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (II.10)$$

Em geral, a deformação do perfil se dará quase exclusivamente pela deformação longitudinal ϵ_x , produzida pela flexão e torção não-uniforme. Não é necessário levar em conta a σ_x na presença de σ_s . Assim, a equação (II.9) fica:

$$\sigma_x = E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (II.11)$$

II.3.5 O Empenamento da Seção

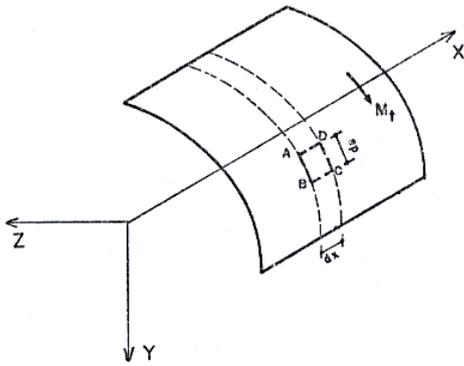


Figura II.5 – Elemento de haste submetido a momento torsor.

O empenamento ocorre porque os pontos da seção transversal ao longo da seção transversal experimentam deslocamentos diferentes.

Supõe-se que durante a torção da barra as seções transversais giram em relação a um ponto fixo “O”, chamado centro de torção. Após a deformação, estuda-se o elemento dsdx.

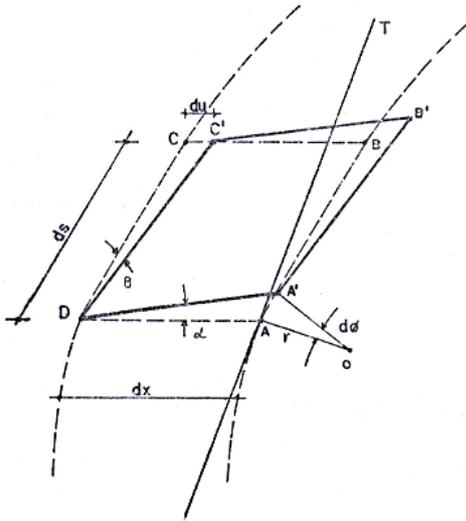


Figura II.6 – Empenamento do elemento dsdx.

São definidos:

- y, z - eixos principais de inércia da seção;
- x - eixo longitudinal da haste;
- g - ângulo de distorção da área elementar ABCD;
- a - ângulo de giro da aresta AD com a aresta A'D';
- b - ângulo de giro da aresta DC com a aresta DC';

- T - tangente a seção transversal no ponto A;
- df - ângulo de giro da seção A em relação a seção infinitesimalmente próxima A';
- r - distância de cisalhamento à tangente a linha do contorno no ponto A;
- du - deslocamento linear na direção x;
- o - centro de cisalhamento.

Tem-se as seguintes relações geométricas:

$$\gamma = \alpha + \beta$$

$$\text{tg } \alpha = \alpha = \frac{AA'}{dx}$$

$$AA' = r \cdot d\phi$$

$$\alpha = r \cdot \frac{d\phi}{dx} = r\phi'$$

$$\beta = \frac{du}{ds}$$

$$\gamma = r\phi' + \frac{du}{ds}$$

mas, por hipótese, a distorção na superfície média é desprezada, então

$$0 = r\phi' + \frac{du}{ds}$$

$$du = -r\phi' + ds$$

ou

$$u = -\int r\phi' \cdot ds = -\phi' \int r \cdot ds$$

mas por definição, a expressão $\int r \cdot ds = \omega$, é a coordenada setorial, então

$$u = -\phi' \cdot \omega + u_0 \quad (\text{II.12})$$

onde:

$$u_0 = \text{constante de integração.}$$

Conclui-se pela equação (II.12), que o empenamento é proporcional ao momento de torção, por meio da rotação específica e à coordenada setorial (ω) que caracteriza a forma do empenamento, sendo o empenamento função de “s” e de “x”.

II.3.6 Tensão Normal e Bimomento

A tensão normal σ_x em termos de deslocamento, dado pela equação (II.12), devido à restrição ao empenamento fica:

$$\sigma_x = -E \cdot \omega \cdot \phi'' \quad (II.13)$$

Para o caso geral de solicitação de uma haste os deslocamentos “u” são expressos como:

$$u = u_0 - y \cdot \phi_z - z \cdot \phi_y - \omega \cdot \phi' \quad (II.14)$$

com

$$\phi_y = \frac{dw}{dx} \quad \text{e} \quad \phi_z = \frac{dw}{dx}$$

logo

$$\sigma_x = -E \cdot \left(\frac{du_0}{dx} + \frac{d\phi_z}{dx} \cdot y + \right. \quad (II.15)$$

$$\left. \frac{d\phi_y}{dx} \cdot z - \frac{d\phi'}{dx} \cdot \omega \right)$$

sendo:

u_0 - deslocamento uniforme de todos os pontos na direção x.

$y \cdot \phi_z$, $z \cdot \phi_y$ - deslocamento longitudinal devido a rotação da seção plana através dos ângulos ϕ_z e ϕ_y sobre os eixos z e y respectivamente.

Obtém-se as resultantes de tensões, multiplicando-se σ_x , por cada uma das coordenadas generalizadas principais e integrando-se sobre a área da seção transversal:

$$N_x = \int_A \sigma_x \cdot dA$$

$$M_z = \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA \quad (II.16)$$

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA$$

$$B = - \int_A \sigma_x \cdot \omega \cdot dA \quad (II.17)$$

As três primeiras resultantes de tensões são conhecidas da teoria elementar de vigas (Figura II.7) enquanto que a quarta resultante de tensão é definida como bimomento de flexo-torção.

Substituindo-se a equação (II.13) na equação (II.17) tem-se a expressão da tensão normal devido ao bimomento.

$$B = E \cdot \phi'' \int_A \omega \cdot \omega \cdot dA$$

$$B = E \cdot \phi'' \cdot I_\omega$$

$$E \cdot \phi'' = \frac{B}{I_\omega}$$

e

$$\sigma_x = \frac{B\omega}{I_\omega} \quad (II.18)$$

Da mesma forma introduzindo-se as equações (II.15) em (II.16) e (II.17), e considerando-se a parcela devido ao bimomento e a equação (II.11), chega-se à:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} + \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{B\omega}{I_\omega} \quad (II.19)$$

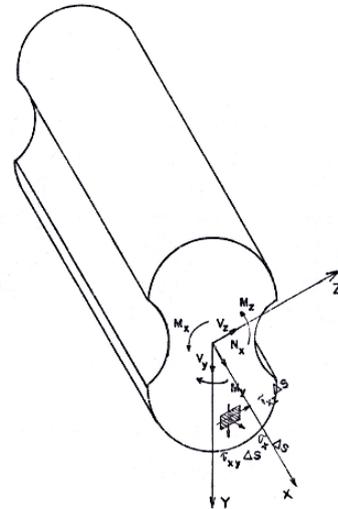


Figura II.7 – Resultante de tensão em uma peça

II.3.7 Estudo do Bimomento

II.3.7.1 Conceito

É uma solicitação fictícia, que se diferencia das demais solicitações, força normal ou proveniente

de momentos fletores ou momento de torção, por ser uma grandeza auto equilibrada que não se obtém da condição de equilíbrio da parte separada da barra.

Visualiza-se sua presença com o exemplo de uma viga engastada em uma extremidade e submetida a um carregamento conforme ilustra a Figura II.8.

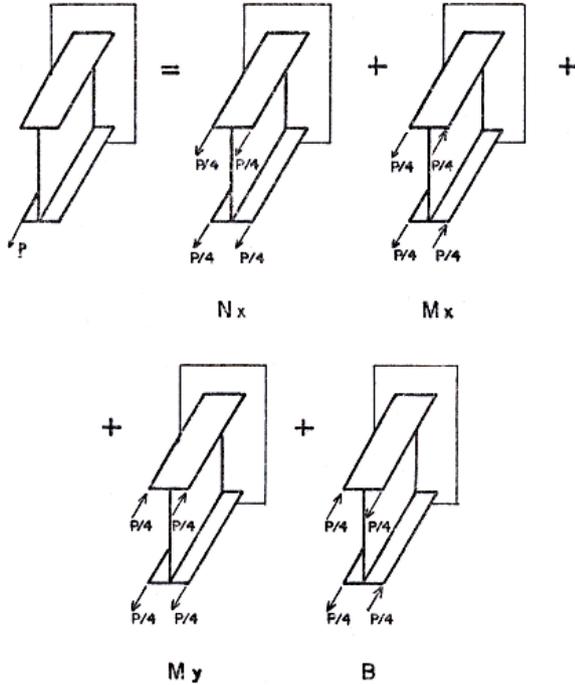


Figura II.8 – Decomposição de um carregamento longitudinal.

Pelo princípio da superposição dos efeitos, pode-se decompor o carregamento P em quatro outros carregamentos e tem-se: uma tração uniforme N_x , momentos fletores, M_x e M_y , onde a tensão varia linearmente e o bimomento B, caso em que se percebe que as seções deixam de ser planas.

Nas seções da viga em que atua o bimomento não surgem força normal, nem momentos fletores, como se vê na Figura II.12.

Define-se bimomento como sendo um par de momentos fletores de igual intensidade mas de sentido contrário, agindo em planos paralelos.

Seu valor numérico é dado pelo produto do momento em um dos planos pela distância entre eles (Figura II.13):

$$B = M \cdot d \tag{II.20}$$

Convenção de sinais: será considerado positivo, quando a direção de cada momento visto do plano do outro momento componente for horário, conforme a Figura II.13. Dimensão:

$$[B] = F^l \cdot L^2$$

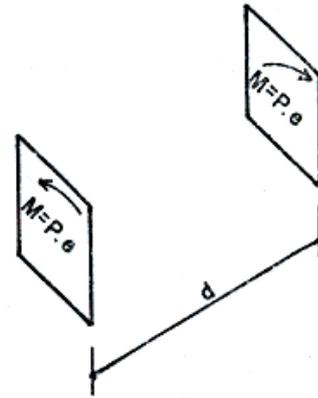


Figura II.9 – Bimomento positivo, causado por momentos fletores.

Defini-se ainda bimomento quando causado por uma força externa paralela ao eixo longitudinal da viga como o produto desta força e a coordenada setorial principal no ponto de aplicação dessa força (Figura II.10):

$$B = P \cdot \omega(E) \tag{II.21}$$

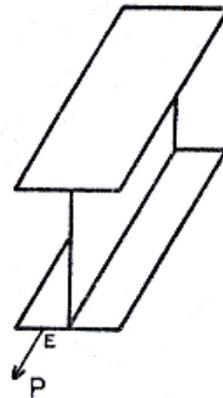


Figura II.10 – Bimomento causado pela força P.

II.3.8 Tensões Cisalhantes

Conforme a equação (II.4) a tensão cisalhante é expressada por:

$$\tau = \tau_V + \tau_\omega$$

As tensões cisalhantes oriundas da torção uniforme são dadas por:

$$\tau = \frac{\tau_V}{I_t} \cdot t \tag{II.22}$$

onde

$$I_t = \frac{1}{3} \int_l t^3 \cdot ds \quad (II.23)$$

Determina-se τ_ω por meio da consideração do equilíbrio de um elemento de viga.

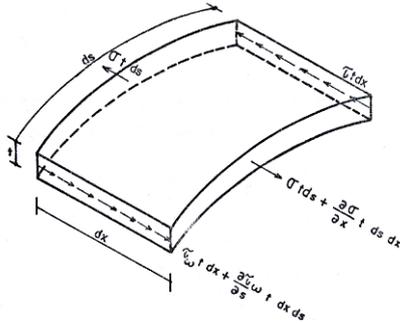


Figura II.11 – Equilíbrio de um elemento de viga $dxds$.

Pela Figura II.11, seguem-se:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot t \cdot ds \cdot dx + \frac{\partial \tau_\omega}{\partial s} \cdot t \cdot dx \cdot ds = 0$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \tau_\omega}{\partial s} = 0$$

Logo, integrando-se resulta:

$$\tau_\omega = - \int_0^s \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot ds + c \quad (II.24)$$

onde:

c – constante de integração

Considerando-se não existir força cisalhante externa agindo no lado livre da seção, tem-se:

$$c = 0$$

Derivando-se a equação (II.19) em relação a x e introduzindo-a na equação (II.24) tem-se:

$$\tau = - \int_0^s \left(\frac{V_y}{I_z} \cdot y + \frac{V_z}{I_y} \cdot z + \frac{dB}{dx} \cdot \frac{\omega}{I_\omega} \right) \cdot ds \quad (II.25)$$

pois a derivada do momento fletor é a força cortante.

Introduzindo-se a expressão do elemento de área $dA = tds$, tem-se:

$$\tau_\omega = - \int_0^s \left(\frac{V_y}{I_z} \cdot y + \frac{V_z}{I_y} \cdot z + \frac{dB}{dx} \cdot \frac{\omega}{I_\omega} \right) \cdot dA$$

Considerando-se que:

$$S_y = \int_0^s z \cdot dA \quad \text{e} \quad S_z = \int_0^s y \cdot dA \quad (II.26)$$

São os momentos estáticos de área em relação aos eixos y e z , respectivamente, e segundo ainda a equação (II.3) a equação (II.25) a equação é escrita como:

$$\tau_\omega = - \frac{I}{t} \cdot \left[\frac{V_y}{I_z} \cdot S_z + \frac{V_z}{I_y} \cdot S_y + B' \cdot \frac{S_\omega}{I_\omega} \right] \quad (II.27)$$

A tensão cisalhante total será:

$$\tau = \frac{M_y \cdot t}{I_t} - \frac{I}{t} \cdot \left[\frac{V_y}{I_z} \cdot S_z + \frac{V_z}{I_y} \cdot S_y + B' \cdot \frac{S_\omega}{I_\omega} \right] \quad (II.28)$$

III Exemplo de Pórtico

O pórtico plano bi-engastado, analisado neste exemplo, está submetido a um momento de torção (Figura III.1). Inicialmente, calculam-se as tensões normais devido ao bimomento, por meio das tabelas de Kollbrumer [5]. A finalidade deste exemplo é a determinação das tensões atuantes no nó e seu comportamento com a colocação de placas rigidamente ligadas às mesas.

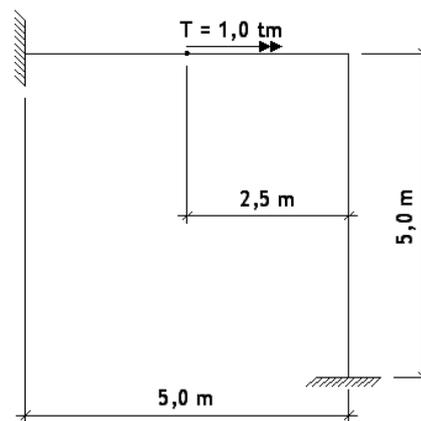


Figura III.1 – (a) – Pórtico Plano: Dimensão e cargas que atuam na estrutura em planta

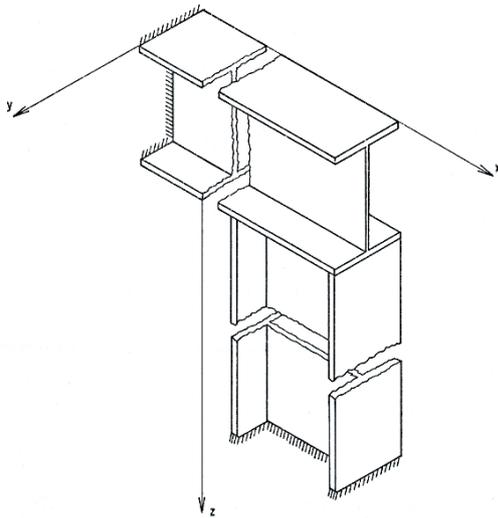


Figura III.2 – (b) Estrutura em perspectiva

O pórtico é constituído de um perfil I 18 x 6, fabricado pela Companhia Siderúrgica Nacional. As propriedades geométricas e as dimensões da seção transversal são dadas na Figura III.3.

Os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material são, respectivamente, $E = 2.100.000 \text{ Kgf/cm}^2$ e $G = 807.690 \text{ Kgf/cm}^2$.

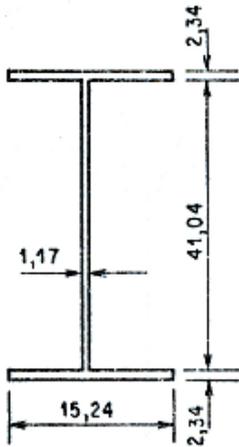


Figura III.3 – Seção transversal do perfil

Determinação das propriedades geométricas.

$$I_{\omega} = \frac{t \cdot b^3}{12} \cdot \frac{h^2}{2} = \frac{2,34 \cdot 15,24^3}{12} \cdot \frac{43,38^2}{2}$$

$$I_{\omega} = 649.439,369 \text{ cm}^6$$

$$I_t = \sum n \cdot S_n \cdot t_n^3 = 2 \cdot 15,24 \cdot 2,34^3 + 41,04 \cdot 1,17^3$$

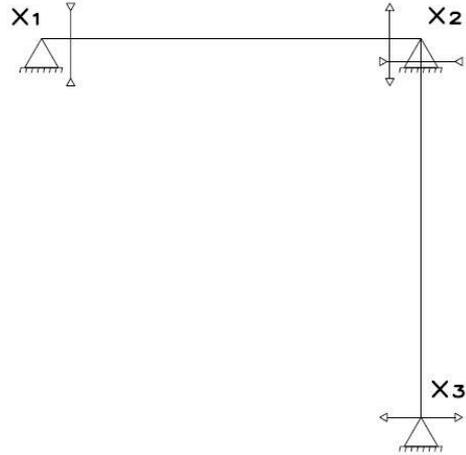
$$I_t = 456.268 \text{ cm}^4$$

$$\gamma^2 = \frac{G \cdot J_t}{E \cdot J_{\omega}} = \frac{8,4 \times 10^5 \cdot 456,268}{2,1 \times 10^6 \cdot 649.439,369} =$$

$$2,8102 \times 10^{-4} / \text{cm}^2$$

$$\gamma = 0,0167637314 / \text{cm} = 1,67637314 / \text{m}$$

Sistema Principal



$$X_3 = +0,0195 \quad X_2 = -0,1477 \quad X_1 = -0,3089$$

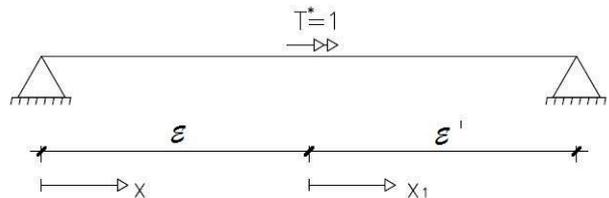
Resolução da estrutura hiperestática pelo Método das Forças.

Diagramas Finais

Diagrama de Bimomento

$$B = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3$$

1º Trecho: - segundo tabela 1, nº 2 temos:



$$B_0 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{sh\gamma\xi'}{sh\gamma l} \right) sh\gamma x$$

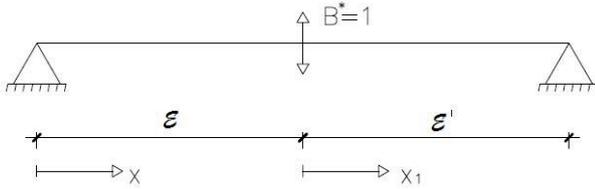
$$B_0 = 9,0247 \times 10^{-3} sh1,6764x \quad \text{para } 0,00 \leq X \leq 2,50$$

$$B_0 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{sh\gamma\xi'}{sh\gamma l} \right) sh\gamma x - \frac{1}{\gamma} sh\gamma X_1$$

$$B_0 = 9,0247 \times 10^{-3} sh1,6764x - 0,5965sh1,6764X_1;$$

para $2,50 \leq X \leq 5,00$

segundo a tabela 1, nº 9



$$B_1 = -\frac{ch\gamma l}{sh\gamma l} sh\gamma x + ch\gamma x$$

$$B_1 = ch1,6764x - sh1,6764x$$

$$B_2 = -\frac{ch\gamma\xi'}{sh\gamma l} shkx$$

$$B_2 = 4,5796 \times 10^{-4} sh1,6764x$$

2º Trecho: segundo a tabela 1, nº 9

$$B_2 = -\frac{ch\gamma l}{sh\gamma l} sh\gamma x + ch\gamma x$$

$$B_2 = ch1,6764x - sh1,6764x$$

$$B_3 = -\frac{ch\gamma\xi'}{sh\gamma l} shkx$$

$$B_3 = 4,5796 \times 10^{-4} sh1,6764x$$

Portanto 1º trecho:

$$B = 0,3179sh1,6764x - 0,3089ch1,6764x$$

para $0,00 \leq X \leq 5,00$

$$B = 0,3179sh1,6764x - 0,3089ch1,6764x -$$

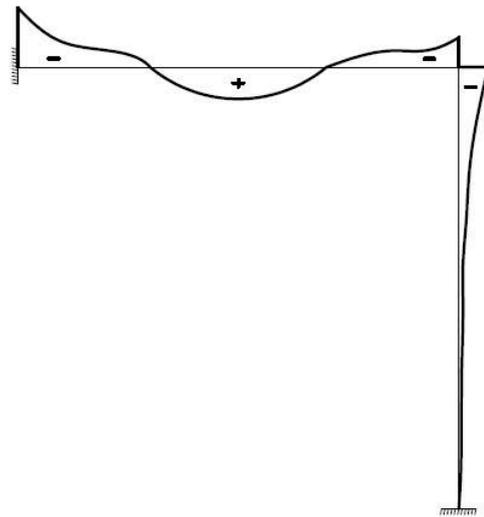
$$0,5964sh1,6764X_1 \quad 2,50 \leq X \leq 5,00$$

Portanto 2º trecho:

$$B = +0,1447 (sh1,6764x - ch1,6764x)$$

Substituindo-se os valores nas equações anteriores formam-se a seguinte tabela e diagrama.

Diagrama de Bimomentos

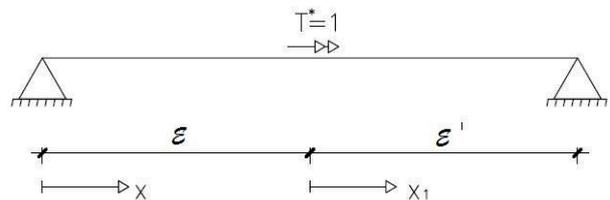


SEÇÃO	X	X'	B (t*m ²)
1	0,00	-	-0,3091
2	0,50	-	-0,1257
3	1,50	-	0,0300
4	2,50	0,0	0,2911
5	3,50	1,0	0,0433
6	4,50	2,0	-0,0545
7e	5,00	2,5	-0,1446
7d	0,00	-	-0,1446
8	0,50	-	-0,0625
9	1,50	-	-0,0117
10	2,50	-	-0,0019
11	3,50	-	0,0016
12	4,50	-	0,0084
13	5,00	-	0,0195

Diagrama de Torção

Diagrama de Torção de Saint-Venant

1º Trecho:- segundo tabela 1, nº2 temos:



$$T_{V0} = \frac{\xi'}{l} - \frac{sh\gamma\xi'}{sh\gamma l} \cdot ch\gamma x$$

$$T_{V0} = 0,50 - 0,0151 \cdot ch.1,6764x$$

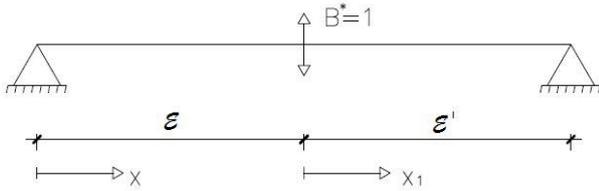
para $0 < x \leq 2,50$

$$T_{V0} = \frac{\xi'}{\ell} - \frac{sh\gamma\xi'}{sh\gamma\ell} \cdot ch\gamma \cdot x - 1 + ch \cdot \gamma \cdot x_1$$

$$T_{V0} = -0,50 - 0,0151 \cdot ch.1,6764x + ch.1,6764 \cdot x_1$$

para $2,50 \leq x \leq 5,00$

Pela tabela 1, tem-se:



$$T_{V1} = -0,20 + 1,6764 \cdot (ch.1,6764 \cdot x - sh.1,6764 \cdot x)$$

$$T_{V2} = 0,20 - 7,6772 \cdot x \cdot 10^{-4} \cdot ch.1,6467 \cdot x$$

2º Trecho: pela tabela 1 nº 9 temos:

$$T_{V2} = -0,20 + 1,6764 \cdot (ch.1,6764 \cdot x - sh.1,6764 \cdot x)$$

$$T_{V3} = 0,20 + 7,6772 \cdot x \cdot 10^{-4} \cdot ch.1,6764 \cdot x$$

Portanto:

1º Trecho:

$$T_V = 0,0328 - 0,2426 \cdot ch.1,6764 \cdot x + 0,2426 \cdot sh.1,6764 \cdot x$$

para $0 \leq x \leq 2,50$

$$T_V = -0,4672 - 0,5328 \cdot ch.1,6764 \cdot x +$$

$$0,5178 \cdot sh.1,6764 \cdot x + 0,5178 \cdot sh.1,6764 \cdot x$$

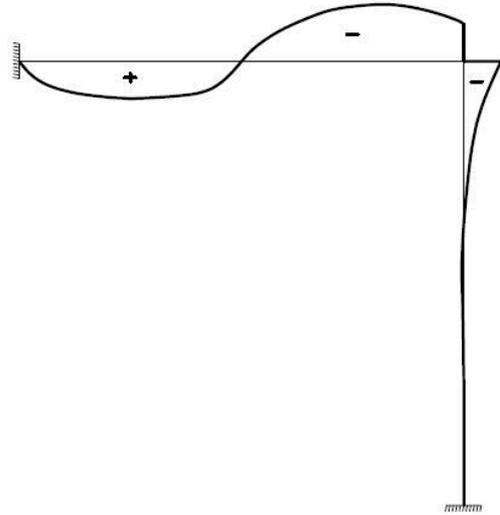
para $2,50 \leq x \leq 5,00$

2º Trecho:

$$T_V = 0,0328 - 0,2426 \cdot ch.1,6764 \cdot x + 0,2426 \cdot sh.1,6764 \cdot x$$

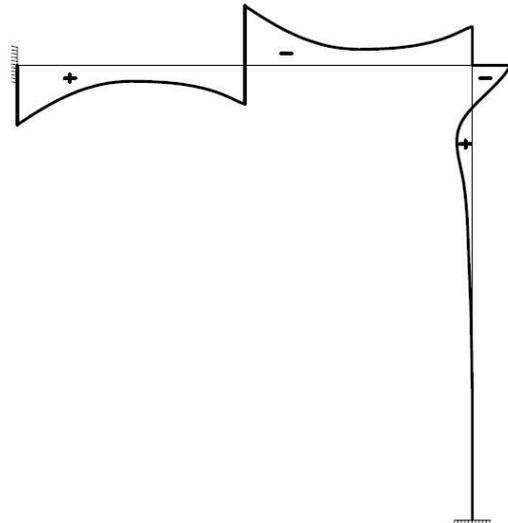
Substituindo-se os valores seguem-se o seguinte gráfico e diagrama.

Diagrama de Saint-Venant



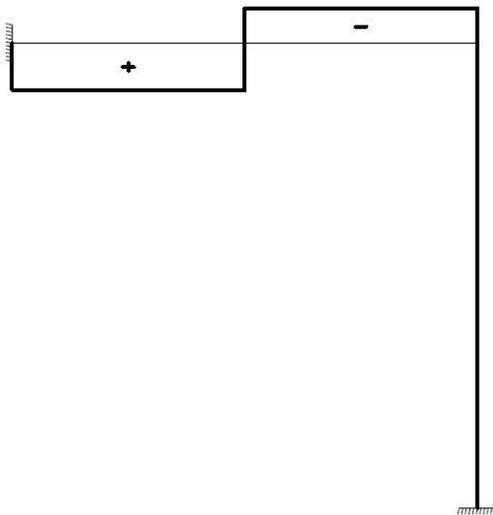
SEÇÃO	X	X'	Tv (t*m)
1	0,00	-	-0,0002
2	0,50	-	0,2882
3	1,50	-	0,3976
4	2,50	0,0	0,0286
5	3,50	1,0	-0,3549
6	4,50	2,0	-0,3417
7e	5,00	2,5	-0,2094
7d	0,00	-	-0,2096
8	0,50	-	-0,0721
9	1,50	-	0,0131
10	2,50	-	0,0287
11	3,50	-	0,0295
12	4,50	-	0,0186
13	5,00	-	0,0001

Diagrama e Tabela de Torção Total de Empenamento.



SEÇÃO	X	X'	Tv (t*m)
1	0,00	-	0,5330
2	0,50	-	0,2446
3	1,50	-	0,1353
4e	2,50	-	0,5041
4d	2,50	0,0	-0,4959
5	3,50	1,0	-0,1122
6	4,50	2,0	-0,1253
7e	5,00	2,5	-0,2573
7d	0,00	-	-0,2426
8	0,50	-	0,1048
9	1,50	-	0,0196
10	2,50	-	0,0042
11	3,50	-	0,0034
12	4,50	-	0,0143
13	5,00	-	0,0327

Torção Total (Tt) = Tensão de Saint-Venant (Tv) + Tensão de Empenamento (Tw)



SEÇÃO	Tv	Tw	Tt (t*m)
1	-0,0002	0,5330	0,533
2	0,2882	0,2446	0,5328
3	0,3976	0,1353	0,5329
4e	0,0286	0,5041	0,5327
4d	0,0286	-0,4959	-0,4673
5	-0,3549	-0,1122	-0,4671
6	-0,3417	-0,1253	-0,4670
7e	-0,2094	-0,2573	-0,4667
7d	-0,2096	-0,2426	0,0330
8	-0,0721	0,1048	0,0327
9	0,0131	0,0196	0,0327
10	0,0287	0,0042	0,0329
11	0,0295	0,0034	0,0329
12	0,0186	0,0143	0,0329
13	0,0001	0,0327	0,0328

Duas rizezas adicionais são colocadas, conforme mostra a Figura III.4.:

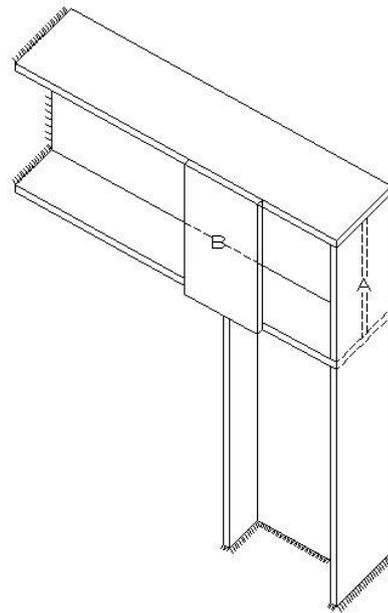


Figura III.4 – Chapas rígidas adicionais.

Rigidez adicional “a”, com essa rigidez adicional, a estrutura comporta-se analogamente à estrutura original.

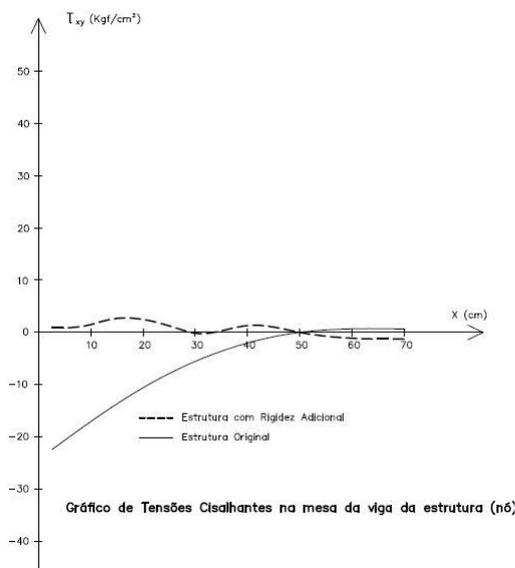
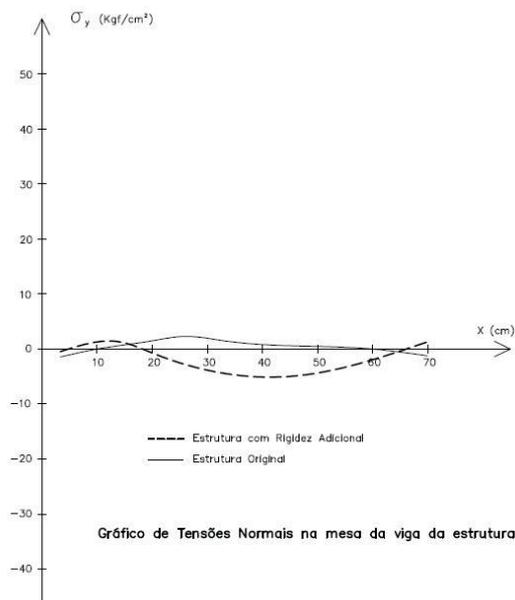
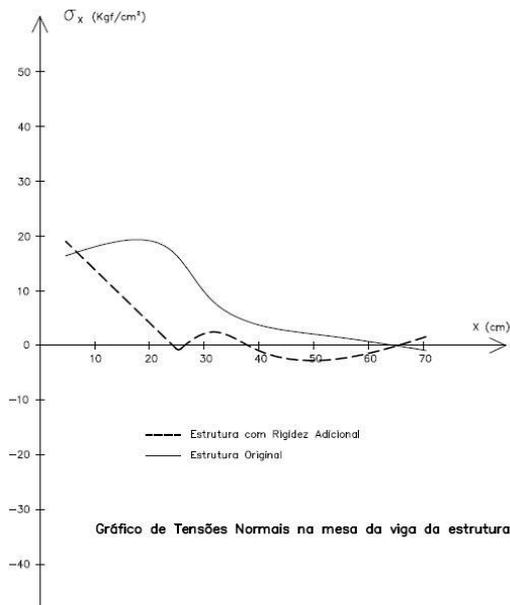
Rigidez adicional “b”, valores obtidos estão nas tabelas.

Tabela de Tensões nas mesas da Viga.

X(cm)	σ_y	σ_y	τ_{xy}
53,19	16,75	-0,75	0,20
64,16	9,36	1,75	2,70
475,12	-0,28	-3,20	0,13
480,75	3,08	-5,45	-0,48
489,16	-0,43	-6,26	0,76
497,56	-3,80	-7,66	0,59
502,44	-2,97	-6,23	-0,11
510,85	-0,46	-1,63	-0,73
519,25	1,78	1,56	-0,78

Tensões nas mesas do Pilar.

Z (cm)	σ_y	σ_y	τ_{xy}
46,57	-0,60	0,27	0,28
57,54	-1,28	-0,19	1,16
68,50	-1,84	-0,27	-0,10
74,51	-1,02	0,07	-0,38
84,19	-1,00	0,01	-0,34
93,87	-0,98	-0,02	-0,28



Conclusão

Com a colocação da chapa rígida “A”, a distribuição das tensões não apresentou variação sensível.

Inserindo-se a chapa rígida “B” verifica-se que o pico das tensões diminui. Maior contribuição se obtém com relação as tensões cisalhantes, que são máximas na estrutura original onde passaram de -23,62 para -0,20 Kg*/cm² (compressão-tração).

Conclui-se portanto que para o tipo de nó analisado, a chapa rígida “B” mostrou-se eficiente enrigecedor, tornando-se aconselhável sua adoção quando se deseja melhorar o projeto.

Bibliografia

- VLASOV, V. Z. – Thin-Walled Elastic Beams-Israel Program for Scientific Translations, Jerusalém, 1961.
- DOS SANTOS, S. M. G. – Estudo de Hastes de Paredes Delgadas com Seção Aberta-Escola Graduada de Ciências e Engenharia. PUC/RJ, 1967.
- LANGENDONCK, T. V. – Resistência dos Materiais – Deformações II – Editora Edgard Blucher Ltda.
- KOLLBRUNNER, C. F.; HAJDIN, N. – Dunnwandige Stäbe mit Geradliniger Achse – Band I – Springer Verlag, 1972.
- KOLLBRUNNER, C. F.; BASLER, L. – Torsion in Structures – Springer Verlag, 1969.
- RIBEIRO, F. L. B. – Formulação Hierárquica do Método dos Elementos Finitos: Reinamento Auto-Adaptativo Versão p Aplicado a Problemas de Elasticidade – Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1986.