

# Regras Sobre o Dimensionamento Integrado de Seções Celulares de CA

Benjamin Ernani Diaz<sup>1</sup>  
Raissa Laubenbacher Sampaio de Toledo<sup>2</sup>

## Resumo

O dimensionamento de seções de concreto armado e protendido de pontes precisa ser feito com base nas normas de estruturas de concreto armado. Entretanto estas normas não citam regras consistentes com os requisitos das teorias modernas de dimensionamento integrado (N+V+M+T) com base nas teorias da chapa fissurada. Se for estudada a história destas regras de dimensionamento, verifica-se que elas se mantiveram as mesmas, em essência, desde a publicação do código modelo de 1978 do CEB. Estas regras normativas tornam inviáveis (ou de difícil execução) o projeto de pontes de seção celular protendidas com aduelas pré-moldadas coladas ou com aduelas unidas por meio de juntas preenchidas com graute. Será mostrado que o dimensionamento integrado da armadura longitudinal, num caso simples de flexão num único plano vertical, de uma seção celular de ponte sujeita a esforços de força normal, força cortante, momento fletor e torção, pode ser efetuado de forma geral e consistente, mas ainda com parâmetros obtidos das normas atuais de dimensionamento. O dimensionamento integrado da armadura longitudinal de seções celulares exige que esforços adicionais de tração sejam adicionados para considerar os efeitos da chapa fissurada quando a seção está submetida a forças cortantes e momentos de torção de Saint-Venant (torção circular). O dimensionamento da seção continua a ser feito pelas regras já bem conhecidas de dimensionamento de seções de concreto armado ou protendido submetidas a forças normais e momentos fletores. Os esforços adicionais seccionais de tração são obtidos por meio de expressões coerentes com os códigos atuais. Os parâmetros são aqueles citados na NBR6118.

$$\Delta N_d \text{ (devido à força cortante)} = V_d * \cot\theta$$

$$\Delta N_d \text{ (devido ao momento de torção)} = (T_d * u_e * \cot\theta) / (2 * A_c)$$

Estas regras podem ser incluídas nos códigos brasileiros de dimensionamento de peças de concreto armado e de concreto protendido. Algumas destas ideias já foram apresentadas na dissertação de mestrado de TOLEDO, R.L.S. 2014.

**Palavras-chave:** Concreto armado, Concreto protendido, Dimensionamento, Seção Celular, Pontes, Regras normativas.

## Introdução

O dimensionamento de seções celulares de CA (concreto armado) e CP (concreto protendido) em normas de projeto é baseado num dimensionamento à força cortante e à torção que, a rigor, não obedecem às condições de equilíbrio *in totum*. Além disso, no caso de seções de aduelas pré-moldadas em CP em que a armadura passiva não pode ser usada nas juntas de concretagem entre os elementos pré-moldados, o dimensionamento à torção se mostra impossível de ser

feito com base nos regulamentos normativos atuais.

Este trabalho pretende apresentar procedimentos de dimensionamento permitindo o dimensionamento generalizado à força cortante e à torção de forma bem mais geral do que contido nos regulamentos atuais.

Entretanto o dimensionamento é efetuado de forma mais elaborada do que o usual. Esta forma de dimensionar mais elaborada pode ser facilmente obtida por meio de um programa específico com base nos conceitos aqui apresentados.

De qualquer forma, as obras modernas de

<sup>1</sup> SEBED/ ernani.diaz@uol.com.br

<sup>2</sup> SEBED/ raissalst@gmail.com

pontes em aduelas pré-moldadas, em que a armadura passiva não pode atravessar as juntas coladas ou unidas por juntas preenchidas por graute, precisam ser dimensionadas de forma diferente, pois a norma NBR6118 prescreve que uma armadura passiva seja introduzida longitudinalmente quando há torção na peça estrutural.

Para simplificar o problema só serão tratadas as seções com um plano de simetria vertical e as seções de alturas constantes. Várias publicações podem ser citadas onde este assunto é tratado com uma extensão maior (ver artigos de DIAZ e SCHULZ).

Para simplificação das expressões, o índice  $d$  (referente a valores de cálculo) nas equações apresentadas não será incluído. Todos os valores de esforços estão no ELU.

As forças nos flanges neste artigo terão sinal negativo se forem de compressão e positivo se forem de tração. Por simplificação, as forças nos flanges serão calculadas supondo que não haverá variação de  $z$  (braço de alavanca) com os esforços induzidos. Esta restrição pode ser retirada no fim do artigo.

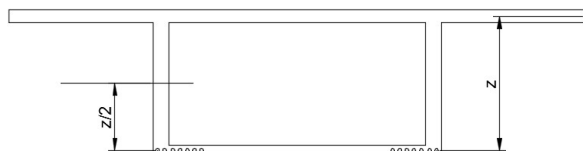
Nas deduções apresentadas os esforços serão sempre referidos à seção de referência, para a qual as solicitações ficam sempre bem definidas, o que não ocorre nas deduções feitas por meio de cortes inclinados ao longo das fissuras.

As forças determinadas nos dois flanges neste trabalho devem ser somadas algebricamente. Se o esforço final for de compressão nenhuma armadura longitudinal será necessária.

Algumas das ideias deste artigo já foram apresentadas na dissertação de mestrado de TOLEDO, R.L.S. 2014.

## Alguns conceitos importantes relativos a cisalhamento em CA

Tanto a norma FIB de 2010 (Level III approximation), como a norma NBR6118 e a ACI 318 tratam a resistência a cisalhamento de acordo com a expressão:



$$V_R = V_c + V_{wd} \geq V_{S, red} \quad (1)$$

onde  $V_{S, red}$  é a força cortante reduzida pela força cortante de protensão.

Para simplificar este artigo, as seções serão representadas por dois flanges (superior e inferior) ligados por almas. As seções tratadas aqui podem ser constituídas por seções quaisquer, como mostrado abaixo. Para simplificar serão considerados sempre momentos positivos. As forças longitudinais serão consideradas aplicadas nos flanges, supondo que o bloco de compressão não ultrapasse o flange de compressão. O fluxo de cisalhamento nos flanges é obtido da forma usual (ver LEONHARDT 1973), incluindo o caso do flange tracionado com a consideração da armadura distribuída. Nota-se que há fluxo de cisalhamento na laje inferior quando a armadura está instalada no flange inferior, o que ocorre quase sempre em pontes protendidas.

Segundo as normas atuais, pelo efeito da decalagem vertical, a força de tração longitudinal de cálculo, FLV, devida à flexão deve ser aumentada segundo:

$$\Delta F_{L,V} = V_{red} * \cot \theta / 2 \quad (2)$$

A decalagem proposta pela fórmula acima diz respeito somente ao fluxo de cisalhamento que percorre pelas almas no sentido vertical. Ver adiante a complementação.

Na realidade a decalagem vertical não seria devida somente à força cortante externa, mas é assim que é prescrito pela NBR6118. No código modelo de 2010 é apresentada uma outra expressão para o caso do "Level III approximation".

É considerada usualmente uma forma de dedução das equações de dimensionamento, que não atende às condições de equilíbrio de forma completa. As expressões de dimensionamento dadas na Figura 2 podem ser deduzidas facilmente na seção de referência, pois são 3 equações de equilíbrio e 3 variáveis. Na prática faz-se o dimensionamento à flexão  $M/z$  para depois acertar a força de tração decalando

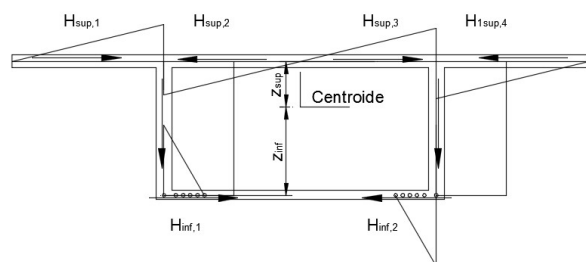


Figura 1 – Fluxo de cisalhamento, centroide da seção, definição de  $z$

verticalmente (ou horizontalmente) a força de tração na armadura, e consegue-se determinar corretamente a força na armadura de tração. Nota-se, entretanto, que, na realidade, a força no banzo comprimido é menor do que a usualmente considerada. Este fato é bem conhecido desde 1973 (LEONHARDT 1973).

O importante nestas considerações acima é que tudo ocorre para o dimensionamento na direção longitudinal, como se houvesse uma força de tração adicional aplicada à meia altura do braço de alavanca na seção, quando atua uma força cortante na seção. Esta força, para o fluxo das almas somente, tem o valor de  $|V_{red}| * \cot\theta$ . Ver Figura 2.

Estas considerações apresentadas acima precisam ainda levar em conta os fluxos de cisalhamento horizontais nos dois flanges da seção. Para ficar consistente teoricamente é necessário considerar uma força de tração adicional decorrente dos fluxos de cisalhamento nos flanges superior e inferior. A decalagem provocada pela armadura de tração instalada no flange inferior (o que é usual em pontes protendidas) é tratada nas normas decalando adicionalmente longitudinalmente a armadura de tração, quando do detalhamento da armadura. Entretanto neste artigo será levado em conta esta decalagem adicional de força, implicando em um aumento da força de tração a ser aplicado na seção quando ocorre uma força cortante. Já no flange comprimido as forças de tração longitudinais induzidas pela força cortante seriam eliminadas usualmente com as forças de compressão causadas pelo momento fletor.

Para determinar estas forças adicionais nos flanges superior e inferior necessita-se dos ângulos  $\theta$  no flange comprimido e no tracionado. Estes ângulos podem assumir valores dentro de certos limites (ver item 7.3.3.5 do código modelo de 2010 do FIB). O código modelo do CEB-FIP de 1990 adota inclinações diferentes de  $\theta$  para cada flange (ver item 6.3.4 da norma). Aqui será mantido o mesmo valor de  $\theta$  para a força cortante, a torção e para a armadura de costura entre alma e flanges, o que simplifica as equações.

As forças longitudinais adicionais de tração devidas somente ao fluxo de cisalhamento no flange superior e inferior (ver Figura 1) são dadas por:

$$\Delta F_{LV,sup} = |H_{sup}| * \cot\theta \quad (3)$$

$$\Delta F_{LV,inf} = |H_{inf}| * \cot\theta \quad (4)$$

onde  $H_{sup}$  e  $H_{inf}$  representam as forças horizontais de cisalhamento correspondentes a área dos diagramas de fluxo de cisalhamento nos flanges superior e inferior. Estas áreas têm a dimensão de  $[kN/m * m]$ , ou seja, representam as somas dos valores absolutos das forças horizontais tangenciais nos dois flanges. As áreas devem ser somadas, considerando o fluxo sem sinal.

A força de tração longitudinal  $N_v$  referente ao fluxo da alma e dos flanges provoca um momento fletor em relação ao centroide da seção. A força normal de tração total  $N_v$  e o momento fletor  $M_v$  correspondente, referido ao centroide da seção, têm os valores de:

$$N_v = |V_{red}| * \cot\theta + |H_{sup}| * \cot\theta + |H_{inf}| * \cot\theta \quad (5)$$

$$M_v = |V_{red}| * \cot\theta * (z_{inf} - z/2) - |H_{sup}| * \cot\theta * z_{sup} + |H_{inf}| * \cot\theta * z_{inf} \quad (6)$$

Em resumo, as forças longitudinais nos flanges superior e inferior causadas pelo momento fletor e pela força cortante, levando em conta o fluxo das almas e dos flanges, são:

$$F_{L,MV,sup} = -M/z + |V_{red}| * \cot\theta / 2 + |H_{sup}| * \cot\theta \quad (7)$$

$$F_{L,MV,inf} = +M/z + |V_{red}| * \cot\theta / 2 + |H_{inf}| * \cot\theta \quad (8)$$

Já as forças normais externas  $N$  estão aplicadas no centroide da seção. Assim, as forças nos flanges superior e inferior provocadas por  $N_d$  (positivo se tração) são:

$$F_{L,N,sup} = N * z_{inf} / z \quad (9)$$

$$F_{L,N,inf} = N * z_{sup} / z \quad (10)$$

Se uma torção de cálculo  $T$  atua nas almas e nos flanges da célula que resiste ao momento de torção de Saint Venant (na norma NBR6118 é designada

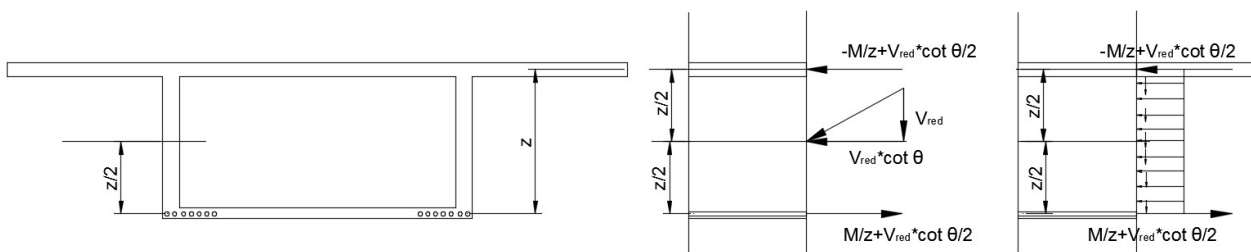


Figura 2 – Resultante das bielas na alma e tensões longitudinais de compressão

por torção circular), há necessidade de dispor uma armadura longitudinal na seção. A força normal de tração NT referente a esta armadura longitudinal de torção é prescrita por:

$$N_T = A_{sl} * f_{yw} = T * u_e * \cot\theta / (2A_e) \quad (11)$$

onde:

$A_{sl}$  é a armadura longitudinal distribuída ao longo do perímetro da linha de centro das paredes da célula resistente à torção.

$A_e$  é a área da seção definida pela fórmula de Bredt para a torção.  $u_e$  é o perímetro da seção  $A_e$ .

$\theta$  é a inclinação das bielas em relação ao eixo longitudinal.

$f_{yw}$  é a tensão de cálculo da armadura longitudinal de torção.

Esta força pode ser obtida por meio da teoria da chapa fissurada como mostrado em DIAZ, 2012. Já que o fluxo  $f_T$  para uma torção T é um valor constante ao longo do perímetro de  $A_e$  de uma seção unicelular (fórmula de Bredt), pode-se definir um “centro de torção” referente ao centroide das forças longitudinais por unidade de comprimento provocadas pela torção. As forças longitudinais são proporcionais (para  $\theta$  considerado constante) ao fluxo de torção  $f_T$ , obtido pela fórmula de Bredt:

$$f_T = T / (2 * A_e) \quad (12)$$

Pode-se assim criar uma seção vazada fictícia de espessura constante qualquer correspondente à área  $A_e$  e o centroide desta seção terá o mesmo centroide da resultante das forças longitudinais provocadas pela torção T. Ver Figura 3.

Assim, o momento fletor da força normal de tração NT em relação ao centroide da seção é:

$$M_T = T * u_e * \cot\theta / (2A_e) * (z_{inf} - h_{T,inf}) \quad (13)$$

As forças resultantes de tração nos flanges provocadas por NT são:

$$F_{L,T,sup} = N_T * h_{T,inf} / h_T \quad (14)$$

$$F_{L,T,inf} = N_T * h_{T,sup} / h_T \quad (15)$$

As expressões das forças atuantes nos dois flanges foram deduzidas não avaliando antecipadamente o sinal das forças resultantes de todos os esforços considerados. É evidente que se a força resultante de todos os efeitos num flange for de compressão, não haverá necessidade de dispor armadura longitudinal de tração neste flange. Verifica-se, entretanto, que o fluxo de cisalhamento, tanto no flange tracionado como no comprimido, vai exigir armadura transversal (estribos ou armadura de costura) como é mostrado em DIAZ, 2012, com base na teoria das chapas fissuradas.

## Forças finais de tração ou de compressão nos dois flanges

Se forem somados os efeitos de M, V, N e T nos flanges superior e inferior, obtêm-se:

$$F_{L,MVNT,sup} = -M/z + |V_{red}| * \cot\theta / 2 + |H_{sup}| * \cot\theta + N * z_{inf} / z + N_T * h_{T,inf} / h_T \quad (16)$$

$$F_{L,MVNT,inf} = +M/z + |V_{red}| * \cot\theta / 2 + |H_{inf}| * \cot\theta + N * z_{sup} / z + N_T * h_{T,sup} / h_T \quad (17)$$

Para a dedução destas expressões foram feitas simplificações com referência ao bloco de compressão no banzo comprimido. Para uma solução mais geral de dimensionamento seria necessário somar os efeitos anteriormente determinados para as forças normais e os momentos fletores referidos ao centroide da seção de concreto e o dimensionamento da armadura longitudinal, distribuída essencialmente ao nível dos dois flanges da seção, poderia ser determinado da forma clássica, determinando a posição do bloco de compressão na zona comprimida.

## Consequências práticas deste desenvolvimento

Como se pôde notar neste desenvolvimento, ocorre uma força fictícia de tração na seção quando a

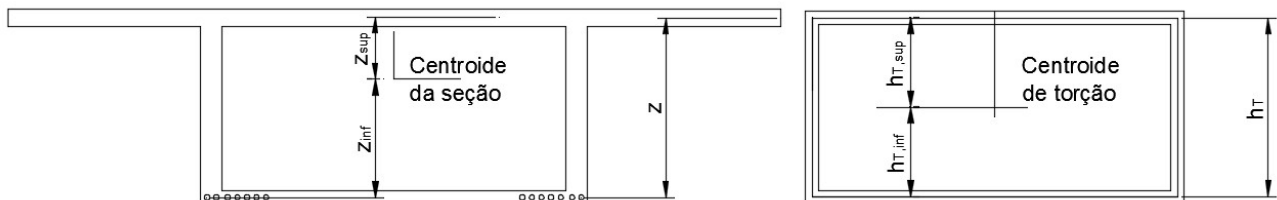


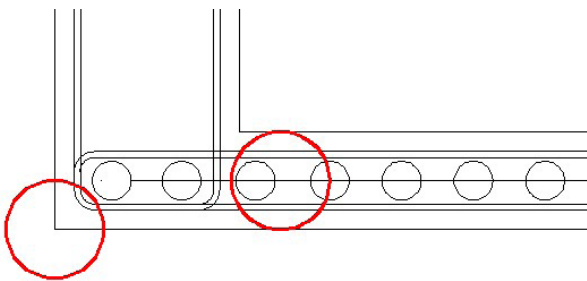
Figura 3 – Centroides da seção de concreto e o das forças longitudinais de torção.

seção está submetida a uma força cortante. Esta força cortante implica, em essência, em uma redução de compressão no banzo comprimido e um aumento de tração no banzo tracionado.

Este mesmo fato precisa ocorrer também com o momento de torção, pois os fluxos de cisalhamento aplicados pela torção são bem similares aos fluxos de cisalhamento provocados pela força cortante. Assim, não há necessidade de distribuir a armadura longitudinal provocada pelo fluxo de cisalhamento, como implicitamente está indicado na norma NBR6118. Comenta-se que a armadura longitudinal de torção pode ser instalada nos cantos da seção, segundo o Código Modelo do FIB de 2010 (item 7.3.4).

No caso de pontes de aduelas coladas e de pontes em aduelas pré-moldadas unidas por argamassa de junção, esta armadura não pode ser instalada. Assim, a armadura longitudinal de torção pode ser absorvida pela armadura de protensão que atravessa as aduelas, da mesma forma que ocorre com a armadura longitudinal adicional exigida pela força cortante.

Deve-se ter cuidado específico no caso de solicitação de torção, no detalhamento, para proteger os cantos salientes das células resistentes à torção. A Figura 4 mostra que este problema ocorre na torção como também no caso de ocorrência de força cortante em que a armadura de protensão está instalada na laje inferior (ver LEONHARDT 1973). Deve-se comentar que este problema é mais sério para os efeitos de força cortante do que para os de torção. Um maior cuidado deve ser tomado com os cobrimentos elevados prescritos em regiões com elevado grau de agressividade. Outro detalhe a comentar diz respeito à determinação da espessura efetiva da laje inferior, reduzida pelos cabos de protensão (a metade do diâmetro pelas normas) no caso retratado, quando o fluxo máximo de cisalhamento na laje é praticamente o mesmo daquele da alma.



**Figura 4 - Regiões de necessidade de detalhamento cuidadoso**

Tradicionalmente a decalagem da força de tração na flexão é feita adicionando uma força adicional de tração dada pela expressão  $V \cdot \cot\theta/2$ . Entretanto, em pontes protendidas, usualmente a armadura de flexão

é instalada tanto na laje superior ou na laje inferior. Além disso, esta armadura de flexão é ancorada em caixas afastadas das almas. Assim, considerar nas expressões de decalagem da armadura de tração uma força decorrente dos fluxos de cisalhamento nos flanges é adequado e prudente. Por sinal, quando a ancoragem dos cabos se faz em regiões fora da alma (o que é usual) a armadura de costura entre os flanges e a alma deve ser adicionalmente aumentada para levar em conta este fato.

## Conclusões

Foi mostrado que a decalagem de armadura longitudinal pode ser obtida, de forma numérica, introduzindo forças de tração longitudinais fictícias na seção tanto para os efeitos da força cortante como para os do momento de torção. O aumento da armadura de tração de flexão causada pela torção pode prescindir de instalar armadura longitudinal distribuída no caso de aduelas coladas ou entre aduelas preenchidas por argamassa. A armadura passiva longitudinal distribuída de torção torna-se inviável no caso de aduelas pré-moldadas.

Além disso, os efeitos dos fluxos de cisalhamento, decorrentes da instalação de armadura de flexão fora das nervuras da viga, provocam aumentos destas forças longitudinais, que induzem a um aumento adicional da armadura longitudinal. Estes aumentos de armadura longitudinal (mesmo no caso de não haver torção) precisam ser quantificados em norma.

A consideração normativa de considerar uma espessura reduzida das almas de estruturas protendidas, motivada pelas bainhas dos cabos de protensão ( $b_{eff} = b_w - \phi/2$ ), deve ser estendida também às verificações das resistências ao cisalhamento no plano dos flanges quando a armadura de protensão é instalada nas lajes, detalhe este que é padrão em pontes de vãos elevados.

As expressões das forças de compressão e de tração nos banzos superiores e inferiores são relativamente simples e estão apresentadas nas equações 16 e 17.

Além disso, a forma de apresentar os esforços nos dois flanges separadamente para cada solicitação (N, M, V, T) pode implicar em economia de armadura longitudinal, pois se houver esforços finais de compressão num dos flanges a armadura adicional longitudinal será desnecessária.

Deve-se também ressaltar a importância da verificação da força final do flange comprimido (inicialmente para a flexão somente) com a participação da força cortante, da força normal e do momento de

torção, uma vez que em uma situação em que momento fletor e força normal são pouco elevados, a resultante pode ser de tração e não mais de compressão, quando obtidos os esforços finais no flange. A ausência da verificação do flange comprimido com a parcela da força cortante e do momento de torção poderia resultar em um flange tracionado que ficaria sem armadura resistente adequada para resistir a força de tração resultante final.

Algumas destas ideias já foram apresentadas na dissertação de mestrado de TOLEDO, R. L. S. 2014.

## Referências

ABNT – Norma NBR6118, Projeto de Estruturas de Concreto-Procedimento, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE ACI 318 – Building Code Requirements for Structural Concrete. 2005.

CEB – CEB-FIP Modelo Code 1990, Thomas Telford, 1991.

DIAZ, B. E. & SILVA, U. F. O Dimensionamento Simplificado de Vigas de Altura Variável com Base na Análise Integrada de Flexão e Cisalhamento. Ibracon, Foz de Iguaçu, 2001

DIAZ, B. E; Conceitos necessários ao dimensionamento de peças lineares de pontes. ABPE, Rio de Janeiro, 2012

FIB – Model Code for Concrete Structures, Berlin, 2010

LEONHARDT, F. – Vorlesungen über Massivbau, 1st Teil- Grundlagen zur Bemessung im Sthalbetonbau, Berlin, 1973.

SCHULZ, M. – Verificação Geral de Peças de Concreto Armado baseada no Modelo da Chapa fissurada. Tese de Doutorado, Coppe-UFRJ, 1988.

TOLEDO, R. L. S. – Dimensionamento de Vigas de Rigidez de Concreto de Pontes Estaiadas, Dissertação de Mestrado; Coppe-UFRJ, 2014.